МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

А.І. Колосов, А.В. Якунін, С.М. Ламтюгова

АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ В ПРЕЗЕНТАЦІЯХ

ЧАСТИНА ПЕРША: АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОЩИНІ

Харків – ХНАМГ – 2009

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

До друку дозволяю
Перший проректор
_________________Г.В. Стадник

А.І. Колосов, А.В. Якунін, С.М. Ламтюгова

АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ В ПРЕЗЕНТАЦІЯХ

ЧАСТИНА ПЕРША: АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ НА ПЛОЩИНІ

Навчальний посібник для студентів економічних і технічних спеціальностей

Харків – ХНАМГ – 2009

УДК 517.2+517.51

Колосов А.І., Якунін А.В., Ламтюгова С.М.

Аналітична геометрія в презентаціях. Частина перша: Аналітична геометрія на площині: Навчальний посібник для студентів економічних і технічних спеціальностей. – Харків: ХНАМГ, 2009. – 68 с.

Рецензент: д. ф. - м. н., проф. М.Й. Кадець

Рекомендовано кафедрою вищої математики,
протокол № 1 від 29.08.2008 р.

Рекомендовано Вченою радою Харківської національної академії міського господарства як навчальний посібник, протокол № 1 від 30.08.2008 р.

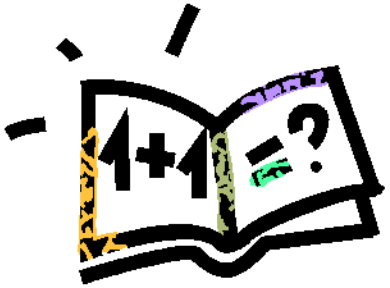
Зміст

Передмова

У навчальному посібнику стисло викладено навчальні елементи розділу “Аналітична геометрія на площині”, що відповідають діючим програмам курсу вищої математики для студентів економічних і технічних спеціальностей. Головна увага приділяється розкриттю суті понять, їх взаємозв’язків без надмірної строгості викладу з об’єднуючою прикладною спрямованістю. Теоретичні відомості подаються чітко й аргументовано з опорою на наочність, інтуїцію та з ілюстрацією на типових прикладах, частина з яких розрахована на самостійне опрацювання.

Посібник призначений для студентів економічних і технічних спеціальностей.

зміст



Інструкція по застосуванню

Навчальний посібник «Аналітична геометрія в презентаціях. Частина перша: Аналітична геометрія на площині» виконано в програмі Power Point у вигляді слайд-шоу.

Презентація подана в режимі «Тільки для читання», тому редагування слайдів не можливе.

Гіперсилки в змісті та спеціальні кнопки на початку кожного розділу задають перехід на потрібну сторінку (розділ чи пункт). У кінці кожного пункту є кнопка «на початок розділу», де в свою чергу є кнопка «зміст». Далі зі змісту можна перейти в будь-який розділ чи пункт, який цікавить. У презентації є скриті слайди, що уточнюють окремі поняття, на які можна перейти по гіперсилці, що розміщена по тексту.

Кнопка містить силку на інформацію, що розрахована на самостійне опрацювання.

Можна вийти з презентації в будь-який момент. Для цього потрібно натиснути на клавіатурі клавішу Esc або клікнути правою кнопкою миші, після чого з'явиться керуюче меню, де останнім пунктом буде режим "Закінчити показ". Із цього ж меню можна перейти на будь-який вибраний слайд, не обов'язково в тому порядку, що пропонує презентація.

В надрукованому варіанті – неповна демонстраційна збірка пропонованих матеріалів. Повна версія посібника з анімацією, рисунками та опрацьованими самостійними завданнями – тільки в електронному вигляді.

Побажання та пропозиції для покращення приймаються за електронною адресою: vm_kolosov@ksame.kharkov.ua

зміст

1 Декартова прямокутна система координат на площині

1.1 Координатна пряма. Числові проміжки. Модуль дійсного числа

1.2 Відстань між двома точками. Ділення відрізка у заданому відношенні

зміст

1.1 Координатна пряма. Числові проміжки. Модуль дійсного числа

Напрямлена пряма, на якій задано початок відліку O і масштаб $OE=1$, називається ***координатною прямою*** (***віссю***) (рис. 1).

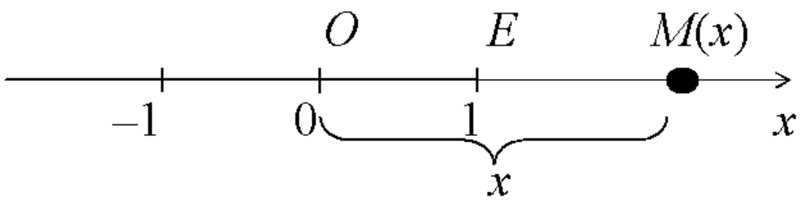


Рис. 1

Довільній точці M координатної прямої Ox відповідає певне дійсне число x – її ***координата***. Навпаки, довільному дійсному числу x відповідає певна точка M координатної прямої Ox. Враховуючи таку взаємно однозначну відповідність, координатну пряму називають ***числовою прямою*** і ототожнюють з множиною дійсних чисел R: $R=(-\infty; +\infty)$.

Основні ***числові проміжки*** показані на рис. 2:

$[a;b]$ – ***відрізок***; $[a;b)$, $(a;b]$, $(-\infty;a]$, $[a;+\infty)$ – ***півінтервали***; $(a;b)$, $(-\infty;a)$, $(a;+\infty)$, $(-\infty;+\infty)$ – ***інтервали***, $a<b$. Проміжки $[a;b]$, $[a;b)$, $(a;b]$, $(a;b)$ називаються ***скінченними***, а всі інші – ***нескінченними***. Числа a і b – їхні ***кінці***, $d=b-a$ – ***довжина***.

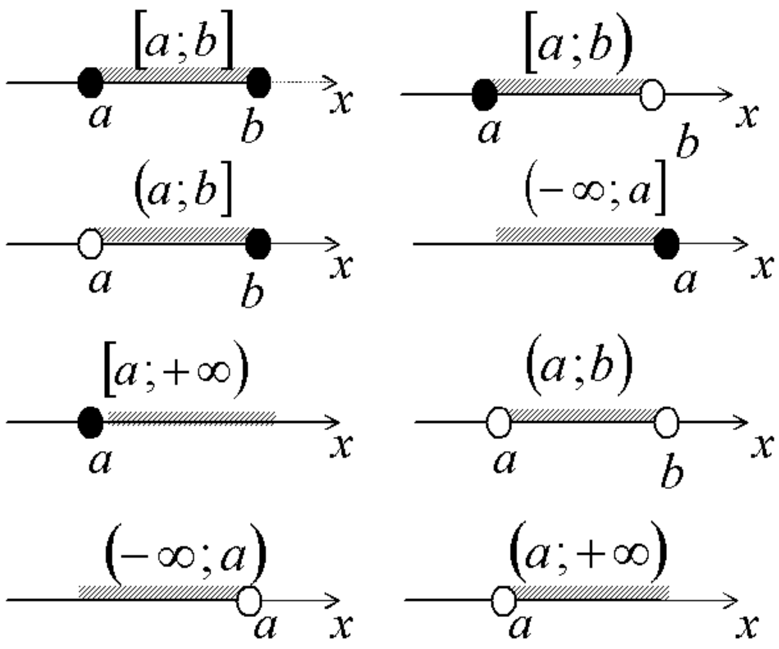


Рис. 2

Модулем (***абсолютною величиною***) дійсного числа x називається невід'ємне число, яке позначається $|x|$ і визначається формулою

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}.$$

Модуль дійсного числа x дорівнює відстані відповідної точки $M(x)$ від початку відліку O (геометричний зміст модуля). Відстань між довільними двома точками $M_1(x_1)$ і $M_2(x_2)$ визначається за формулою

$$M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2} = |x_2 - x_1|.$$

Інтервал $(a-\varepsilon\,;\, a+\varepsilon)$ називається ε – ***околом числа*** a і позначається $U(a;\varepsilon)$, де ε – довільне додатне число, $\varepsilon > 0$ (рис. 3).

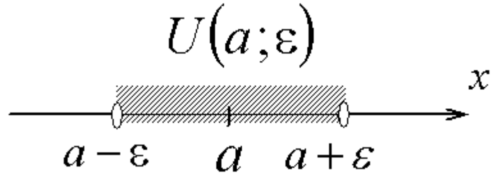


Рис. 3

Зауваження. Координатну пряму Ox умовно можна вважати замкненою в нескінченно віддаленій точці ∞. Тому для довільного додатного числа M, $M>0$, розглядають

$$U(\infty;M) = \{x \mid |x| > M\}$$

М - окіл символу нескінченності ∞ (рис. 4).

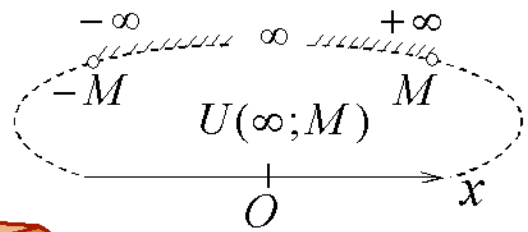


Рис. 4

На початок розділу

1.2 Відстань між двома точками. Ділення відрізка у заданому відношенні

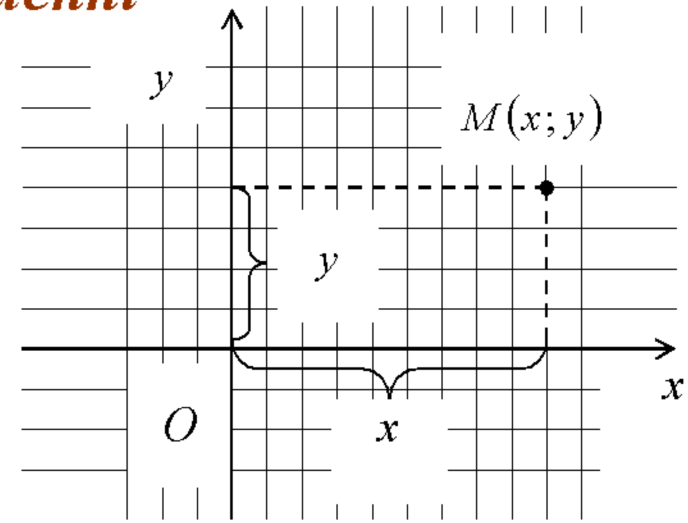


Рис. 5

Дві взаємно перпендикулярні координатні прямі Ox і Oy зі спільним ***початком*** O утворюють ***декартову прямокутну систему координат на площині*** (рис. 5).

Ox – ***вісь абсцис*** Oy – ***вісь ординат***

Сукупність прямих, що перпендикулярні координатним осям, утворює ***координатну сітку*** на координатній площині Oxy.

Положення довільної точки M однозначно визначається впорядкованою парою чисел $(x;y)$ – її ***координатами*** (x – ***абсциса***, y – ***ордината***).

З прямокутного ΔM_1NM_2 (рис. 6) за теоремою Піфагора випливає, що ***відстань між*** довільними ***двома точками*** $M_1(x_1;y_1)$ і $M_2(x_2;y_2)$ визначається формулою

$$M_1M_2=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

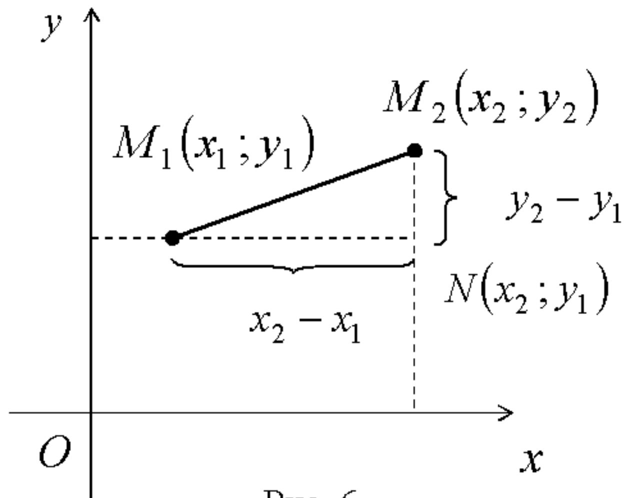


Рис. 6

Нехай задані дві точки $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$ і відношення $\lambda = M_1M/MM_2$, у якому точка $M(x; y)$ ділить відрізок M_1M_2, починаючи від точки M_1 (рис. 7).

З подібності прямокутних трикутників $\Delta M_1NM \sim \Delta MPM_2$ випливає, що

$$\frac{NM}{PM_2} = \frac{M_1N}{MP} = \frac{M_1M}{MM_2} = \lambda \quad ; \quad \frac{x - x_1}{x_2 - x} = \frac{y - y_1}{y_2 - y} = \lambda .$$

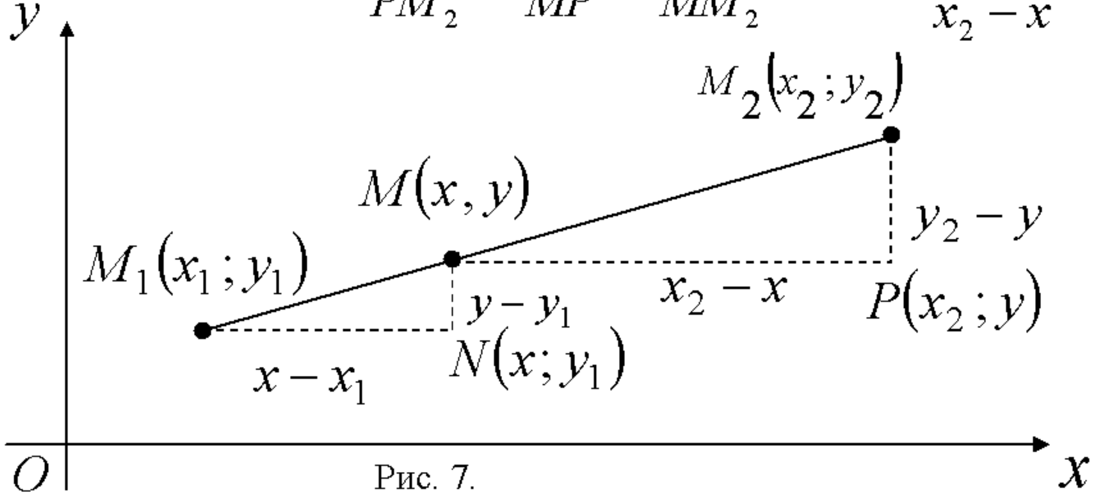


Рис. 7.

Звідси ***координати точки M(x;y), яка ділить заданий відрізок у заданому відношенні***, обчислюються за формулами

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda}; \; y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda}.$$

Зауваження 1. Якщо точка M лежить між точками M_1 і M_2, то $\lambda > 0$ (***ділення внутрішнім способом***); якщо точка M не належить відрізку M_1M_2, то $\lambda < 0$ (***ділення зовнішнім способом***).

Зауваження 2. Якщо точка M ділить відрізок M_1M_2 пополам, то $\lambda = 1$. Тоді ***координати середини відрізка*** визначаються за формулами

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}.$$

Приклад

Трикутник ABC задано координатами вершин $A(-3;4)$, $B(7;-2)$, $C(5;6)$. Побудувати ΔABC в системі координат. Знайти: а) довжину медіани AM; б) точку E перетину медіан. (рис. 8)

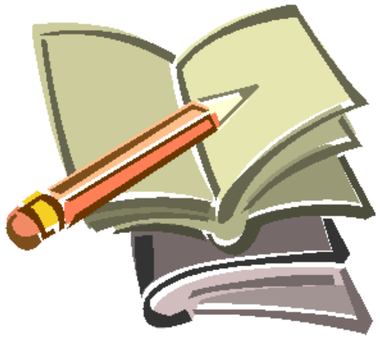
Нехай M – середина сторони BC:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{7+5}{2} = 6;\ \ y = \frac{y_1 + y_2}{2} = \frac{-2+6}{2} = 2;\ \ M(6;\ 2).$$

$$AM = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{(6-(-3))^2 + (2-4)^2} = \sqrt{85}.$$

За властивістю точки перетину медіан трикутника

$$\lambda = AE/EM = 2/1 = 2$$



Тоді координати точки E: $x = \dfrac{x_1 + \lambda x_2}{1+\lambda} = \dfrac{-3+2\cdot 6}{1+2} = 3;$

$$y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1+\lambda} = \frac{4+2\cdot 2}{1+2} = 2\frac{2}{3}.$$

$$E\left(3;\ 2\frac{2}{3}\right)$$

На початок розділу

Медіана

Медіана – відрізок, який з’єднує вершину трикутника з серединою протилежної сторони.

Властивості:

1) медіана поділяє трикутник на два трикутника з рівними площами;

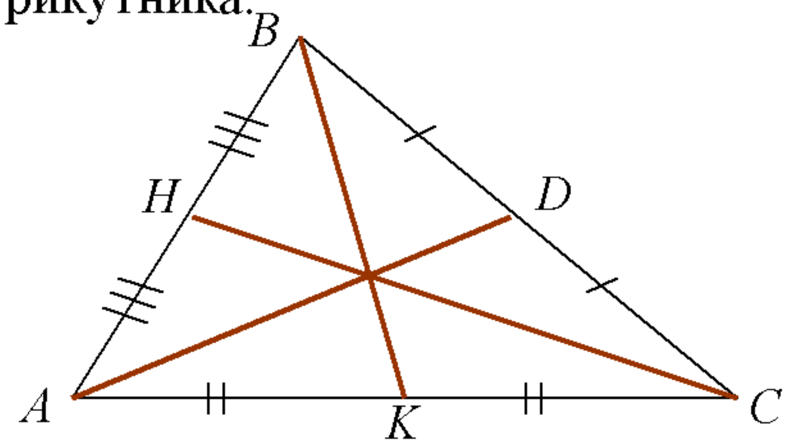
2) медіани трикутника перетинаються в точці, яка є його центром мас;

3) в точці перетину медіани трикутника діляться в відношенні 2:1.

Довжина медіани m визначається з рівняння:

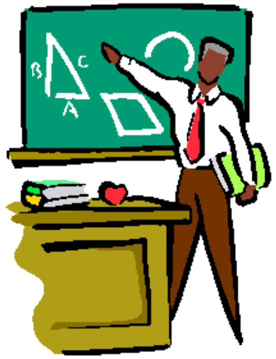
$$m = \sqrt{\frac{2b^2 + 2c^2 - a^2}{4}}$$

де a - сторона трикутника, на середину якої опущена медіана; b, c - інші сторони трикутника.



AD, CH, BK – медіани трикутника ABC

Ілюстрація до прикладу



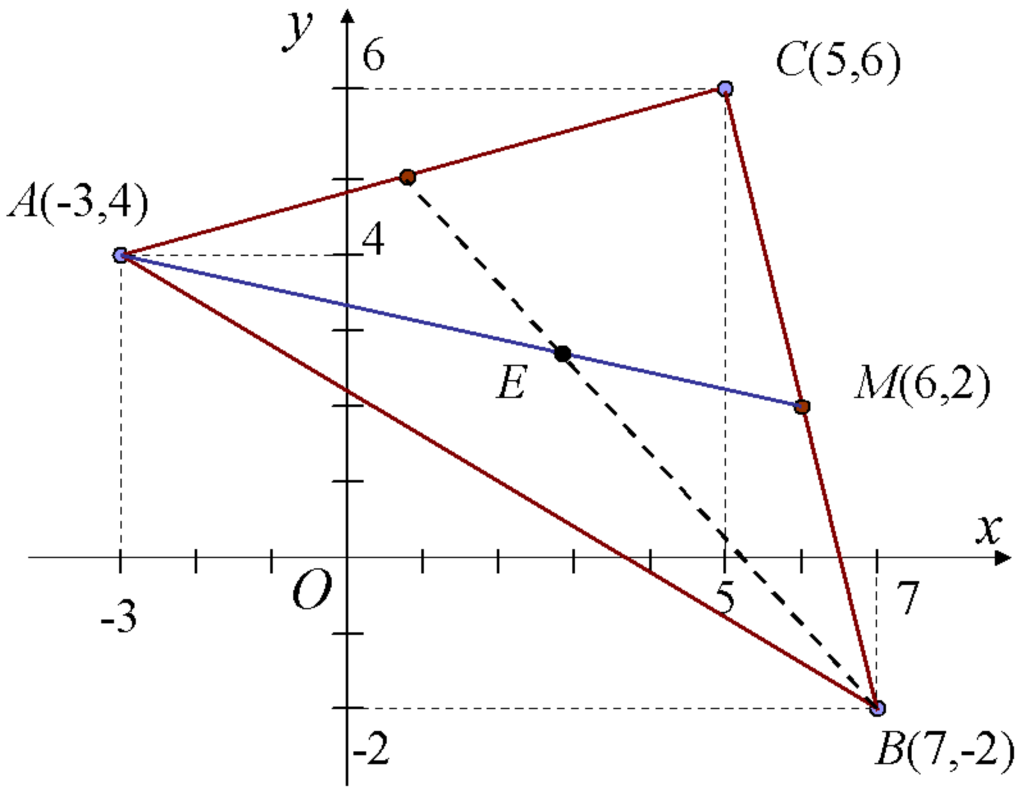


Рис. 8

x – вісь абсцис
y – вісь ординат
XOY – координатна площина
A, *B*, *C* – вершини трикутника
M – середина сторони *BC*
E – точка перетину медіан