МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

А.І. Колосов, А.В. Якунін, Ю.В. Ситникова

ЗБІРНИК ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ. ЧАСТИНА ЧЕТВЕРТА: КРАТНІ ТА КРИВОЛІНІЙНІ ІНТЕГРАЛИ

Харків – ХНАМГ – 2008

УДК 516+517

Колосов А.І., Якунін А.В., Ситникова Ю.В.

Збірник тестових завдань з вищої математики. Частина четверта: Кратні та криволінійні інтеграли. – Харків: ХНАМГ, 2008. – 152 с.

Рецензент: д.ф.-м.н., проф. М.Й. Кадець

Рекомендовано Вченою радою Харківської національної академії міського господарства.
Протокол № 12 від 30.08.2008 р.

Передмова

У цьому навчальному посібнику подано тестові завдання з основних тем розділів “Кратні інтеграли” і “Криволінійні інтеграли”, вивчення яких передбачено діючими програмами з вищої математики для економічних і технічних спеціальностей. Тести призначені для оперативної перевірки поточної успішності, а також можуть використовуватися для організації модульного контролю.

Тестові завдання мають закриту форму з вибором однієї правильної відповіді з декількох запропонованих. Кожне завдання позначено символом Q. з порядковим номером, а далі наведено варіанти відповідей, позначені символом V з порядковим номером.

1. Подвійний інтеграл

Q1.1. У чому полягає фізичний і геометричний зміст подвійного інтеграла $\iint\limits_D f(x,y)dxdy$?

V1. $M_D = \iint\limits_D f(x,y)dxdy$ – маса неоднорідної плоскої фігури D і площа фігури D.

V2. $M_D = \iint\limits_D dxdy$ – маса однорідної плоскої фігури D і площа фігури D.

V3. $M_D = \iint\limits_D f(x,y)dxdy$ – маса неоднорідної плоскої фігури D, якщо підінтегральна функція $\rho = f(x,y)$ – густина.

$S_D = \iint\limits_D 1dxdy$ – площа фігури D.

V4. Якщо $\rho = f(x,y)$ – густина неоднорідної фігури D, тоді $S_D = \iint\limits_D f(x,y)dxdy$ – площа фігури D, $M_D = \iint\limits_D dxdy$ – Неоднорідна фігура D.

Q1.2. Як виглядає формула переходу від прямокутних до полярних координат у подвійному інтервалі?

V1. $\iint\limits_{D_{xy}} f(x,y)dxdy = \iint\limits_{D_{\varphi r}} f(r\cos\varphi, r)rdrd\varphi$

V2. $\iint\limits_{D_{xy}} f(x,y)dxdy = \iint\limits_{D_{\varphi r}} f(r\sin\varphi, r)rdrd\varphi$

V3. $\iint\limits_{D_{xy}} f(x,y)dxdy = \iint\limits_{D_{\varphi r}} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi)drd\varphi$

V4. $\iint\limits_{D_{xy}} f(x,y)dxdy = \iint\limits_{D_{\varphi r}} f(r\cos\varphi, r\sin\varphi)rdrd\varphi$

Q1.3. Як записується формула обчислення площі поверхні, яка задана рівнянням $z = f(x,y)$ і проектується на область D площини Oxy, за допомогою подвійного інтеграла?

V1. $S = \iint\limits_{D} \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}dxdy$

V2. $S = \iint\limits_{D} \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}dxdy$

V3. $S = \iint\limits_{D} \sqrt{1 + \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}}dxdy$

V4. $S = \iint\limits_{D} \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial x \partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}dxdy$

Q1.4. Як записується формула обчислення статичного моменту M_x неоднорідної плоскої області D на площині Oxy відносно осі Ox за допомогою подвійного інтеграла?

V1. $M_x = \iint\limits_D \rho(x,y)dxdy$. V2. $M_x = \iint\limits_D y \cdot \rho(x,y)dxdy$.

V3. $M_x = \iint\limits_D x \cdot \rho(x,y)dxdy$. V4. $M_x = \iint\limits_D ydxdy$.

Q1.5. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S = \iint_D dxdy = \int_0^1 dx \int_0^{x^2} dy$ і чому вона дорівнює?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = x^2;\ S = 1/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 2, y = 0, y = x^2;\ S = 3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 1, y = x^2;\ S = 1 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 3, y = 1, y = x^2;\ S = 3 \text{ кв.од.}$$

Q1.6. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S = \iint_D dxdy = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{x} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 2, y = x^2, y = x;\ S = 1/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x^2, y = x;\ S = 1/6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x, y = x^2;\ S = 1/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x, y = x^2;\ S = 6 \text{ кв.од.}$$

Q1.7. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S = \iint_D dxdy = \int_0^1 dx \int_{1-x}^{x^2+1} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=x, y=x^2+1,\ S=5/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=1+x, y=x^2+1,\ S=6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=1-x, y=x^2+1,\ S=5/6 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=2, y=1-x, y=x^2,\ S=5 \text{ кв.од.}$$

Q1.8. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^1 dx\int_{x^2}^{\sqrt{x}} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=2, y=x^2, y=\sqrt{x},\ S=3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=x, y=\sqrt{x},\ S=2 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=x, y=x^2,\ S=2/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=x^2, y=\sqrt{x},\ S=1/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.9. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^1 dx\int_{\sqrt{x}}^{2x} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=2x,\ S=1/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=2x,\ S=2/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=\sqrt{x-1}, y=2x,\ S=4/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=2x,\ S=2/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.10. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^2 dx\int_x^{2x} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=x, y+2x=0,\ S=2 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=x, y=2x,\ S=4 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=x, y=2x,\ S=2 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=x, y=2x,\ S=3 \text{ кв.од.}$$

Q1.11. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^1 dx\int_{x^3}^{1} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=x^3, y=1,\ S=3/4 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=x^3, y=1,\ S=4/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=x^3, y=1,\ S=3/2 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=x^3, y=1,\ S=2/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.12. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_{-1}^2 dx\int_{-x}^{\sqrt{x+2}} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=2, x=-1, y=\sqrt{x+2}, y-x=0,\ S=37/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=2, x=-1, y=\sqrt{x+2}, y=-x, \ S=7/6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=2, x=-1, y=\sqrt{x+2}, y=-x, \ S=1/2 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=2, x=-1, y=\sqrt{x+2}, y=-x, \ S=37/6 \text{ кв.од.}$$

Q1.13. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^2 dx\int_{x^2}^{2x+1} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=x^2, y=2x+1, \ S=5/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=x^2, y=2x+1, \ S=10/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=x^2, y=2x+1, \ S=1/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=x^2, y=2x+1, \ S=7/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.14. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^1 dx\int_{x}^{4-x^2} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=4-x^2, y=x, \ S=9/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=4-x^2, y+x=0, \ S=19/6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=4-x^2, y=x, \ S=19/6 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=4-x^2, y+x=0, \ S=9/6 \text{ кв.од.}$$

Q1.15. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^1 dx\int_{x^2}^{\sqrt{2-x^2}} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y^2=2-x, y=x^2,\ S=\pi/4-1/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y^2=2-x^2, y=x^2,\ S=\pi/4+1/6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, x^2=y-2, y=x^2,\ S=\pi/4-1/6 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y^2+x^2=2, y=x^2,\ S=1/6 \text{ кв.од.}$$

Q1.16. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^1 dx\int_{3-3x/2}^{4-x^2} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=4-x^2, y=3-3x/2,\ S=2/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=4-x^2, 2y+3x-6=0,\ S=17/12 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, x^2=y-4, y=3-3x/2,\ S=5/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=4-x^2, 2y+3x-6=0,\ S=37/12 \text{ кв.од.}$$

Q1.17. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_{-1}^0 dx\int_{-\sqrt{x+2}}^{-x} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=-1, y^2=x-2, y=-x,\ S=1/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=-1, y^2=x+2, y=-x,\ S=4\sqrt{2}/3-1/6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=-1, y^2=x+2, y=-x\,,\ S=1/6 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=-1, y^2=x+2, y=-x\,,\ S=4\sqrt{2}/3-1/6 \text{ кв.од.}$$

Q1.18. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_1^4 dx\int_0^{\sqrt{x}} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=4, x=1, y=\sqrt{x}\,,\ S=14/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=4, x=1, y=\sqrt{x}\,,\ S=1/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=4, x=1, y=\sqrt{x}\,,\ S=4/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=4, x=1, y=\sqrt{x}\,,\ S=41/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.19. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^1 dx\int_{x^2}^{6x+1} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=6x-1, y=x^2\,,\ S=11/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y-6x-1=0, y=x^2\,,\ S=1/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y-6x-1=0, y=x^2\,,\ S=11/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y+6x+1=0, y=x^2\,,\ S=11/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.20. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^1 dx\int_{x^2-4x+3}^{2x-x^2+3} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=3-2x-x^2, y=x^2-4x+3,\ S=5/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=4-(x-1)^2, y=x^2-4x+3,\ S=4/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=3+2x-x^2, y=x^2-4x+3,\ S=4/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=4-(x-1)^2, y=x^2-4x+3,\ S=7/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.21. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^1 dx\int_{x^2-1}^{\sqrt{x}} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=x^2-1,\ S=1/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=x^2-1,\ S=5/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=x^2-1,\ S=4/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=x^2-1,\ S=2/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.22. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^1 dx\int_{x^2+2x-1}^{4-x} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1,\ x/4+y/4=1, y=(x+1)^2-2,\ S=19/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, x+y=4, y=(x-1)^2-2,\ S=11/6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1,\ x/4+y/4=1, y=(x+1)^2+2,\ S=13/6 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1,\ x/2+y/2=1, y=(x+1)^2-2\ ,\ S=29/6 \text{ кв.од.}$$

Q1.23. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_1^2 dx\int_{x+1}^{2x-x^2+3} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=2, y+x=1, y=-x^2+2x+3\ ,\ S=7/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=2, y-x=1, y=-x^2+2x+3\ ,\ S=6/7 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=2, y-x=1, y=-x^2+2x+3\ ,\ S=7/6 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=2, y-x=1, y=-x^2-2x+3\ ,\ S=6/7 \text{ кв.од.}$$

Q1.24. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^1 dx\int_{x^4}^{4} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=0, y=4, y=x^4\ ,\ S=17/5 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=0, y=4, y=x^4\ ,\ S=19/5 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=0, y=4, y=x^4\ ,\ S=9/5 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=0, y=4, y=x^4\ ,\ S=16/5 \text{ кв.од.}$$

Q1.25. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_{-1}^0 dx\int_{-x}^{3-(x+1)^2} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=-1, x=0, y-x=0, y=2-2x-x^2\ ,\ S=13/6 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=-1, x=0, y+x=0, y=2-2x-x^2, \; S=11/6 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=-1, x=0, y=-x, y=2+2x-x^2, \; S=11/6 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=-1, x=0, y=-x, y=2-2x-x^2, \; S=13/6 \text{ кв.од.}$$

Q1.26. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_1^4 dx\int_{-x}^{x} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=4, y-x=0, y+x=0, \; S=12 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=4, y-x=0, y+x=0, \; S=15 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=4, y-x=0, y+x=0, \; S=5 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=4, y-x=0, y+x=0, \; S=9 \text{ кв.од.}$$

Q1.27. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^3 dx\int_{2-2x/3}^{4-4x/3} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=3, 3y+2x=6, 3y-4x-12=0, \; S=3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=3, 3y+2x=6, 3y+4x-12=0, \; S=5 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=3, 3y+2x=6, 3y+4x-12=0, \; S=3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=3, 3y-2x=6, 3y+4x-12=0, \; S=6 \text{ кв.од.}$$

Q1.28. Площа якої фігури D обчислюється за формулою

$S=\iint_D dxdy=\int_0^2 dx\int_0^{x^2-4x+4} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=2, y=(x-2)^2, y=0$, $S=3/8$ кв.од.

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=2, y=(x+2)^2, y=0$, $S=3/8$ кв.од.

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=2, y=x^2-2x+4$, $S=8/3$ кв.од.

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=2, y=(x-2)^2, y=0$, $S=8/3$ кв.од.

Q1.29. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^4 dx\int_{x^2-4x+4}^{4} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=4, y=(x-2)^2, y=4$, $S=32/3$ кв.од.

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=4, y=x^2-4x+4, y=4$, $S=74/3$ кв.од.

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=4, y=(x-2)^2, y=4$, $S=40/3$ кв.од.

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=4, y=(x+2)^2, y=4$, $S=76/3$ кв.од.

Q1.30. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_{-1}^1 dx\int_{x^2}^{2-x^2} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=1, x=-1, y=2-x^2, y=x^2$, $S=3/8$ кв.од.

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=1, x=-1, y=2-x^2, y=x^2$, $S=4/3$ кв.од.

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=1, x=-1, y=2-x^2, y=x^2$, $S=8/3$ кв.од.

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=1, x=-1, y=2-x^2, y=x^2$, $S=3/4$ кв.од.

Q1.31. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^2 dx\int_{-1}^{x^2} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=2, x=0, y=-1, y=x^2$, $S=13/3$ кв.од.

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=2, x=0, y=-1, y=x^2$, $S=10/3$ кв.од.

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=2, x=0, y=-1, y=x^2$, $S=16/3$ кв.од.

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=2, x=0, y=-1, y=x^2$, $S=14/3$ кв.од.

Q1.32. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^1 dx\int_{x^2-2x}^{4-x^2} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=1, x=0, y=4-x^2, y=x^2-2x$, $S=13/3$ кв.од.

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=1, x=0, y=4-x^2, y=x^2-2x$, $S=13/3$ кв.од.

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=1, x=0, y=4-x^2, y=x^2-2x$, $S=14/3$ кв.од.

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$x=1, x=0, y=4-x^2, y=x^2-2x$, $S=10/3$ кв.од.

Q1.33. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_1^4 dx\int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=4, y^2=x,\ S=19/3 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=4, y^2=x,\ S=28/3 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=4, y^2=x,\ S=23/3 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=4, y^2=x,\ S=20/3 \text{ кв.од.}$$

Q1.34. Площа якої фігури D обчислюється за формулою $S=\iint_D dxdy=\int_0^1 dx\int_0^{7-7x/2} dy$ і чому дорівнює S?

V1. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=0, 2y+7x-14=0,\ S=11/4 \text{ кв.од.}$$

V2. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=0, 2y-7x-14=0,\ S=21/4 \text{ кв.од.}$$

V3. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=0, 2y+7x-14=0,\ S=21/4 \text{ кв.од.}$$

V4. Фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=0, 2y+7x+14=0,\ S=23/4 \text{ кв.од.}$$

Q1.35. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D=\iint_D \rho\, dxdy=\int_0^1 dx\int_{x^3}^{x} xy\,dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=x^3, y=x; \rho=xy; M_D=1/16 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=2, y=x, y=x^3; \rho=xy; M_D=1/16 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=x, y=x^2; \rho=x^2; M_D=5/16 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^3, y = x; \rho = xy; M_D = 5/16 \text{ од}^3.$$

Q1.36. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_0^1 dx \int_{x^3}^{x^2} x^2\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x^3, y = x^2; \rho = x^2; M_D = 1/30 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 2, y = x^3, y = x^2; \rho = x^2; M_D = 3 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x, y = x^3; \rho = x^2; M_D = 6 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x^2, y = x; \rho = x^2; M_D = 1/30 \text{ од}^3.$$

Q1.37. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_0^1 dx \int_0^{1-x^2} 3y\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 1 + x^2; \rho = 3y; M_D = 4/5 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 2, y = 0, y = 1 - x^2; \rho = y; M_D = 5/4 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 0, y = 1 - x^2; \rho = 3y; M_D = 4/5 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = 1, y = 1 - x^2; \rho = 3y; M_D = 5/4 \text{ од}^3.$$

Q1.38. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_0^2 dx \int_0^{4-x^2} 3x\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=0, y=4-x^2;\rho=3x;M_D=18 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, y=0, x=2, y=4-x^2;\rho=3;M_D=14 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, y=0, x=2, y=4-x^2;\rho=x;M_D=16 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=0, y=4-x^2;\rho=3x;M_D=12 \text{ од}^3.$$

Q1.39. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D=\iint_D \rho\, dxdy=\int_0^2 dx\int_0^{3-3x/4} y\,dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=0, 4y+3x=12;\rho=y;M_D=3/4 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=0, 4y-3x=12;\rho=y;M_D=4/33 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, 4y-3x=12;\rho=y;M_D=31/4 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=0, 4y+3x=12;\rho=y;M_D=21/4 \text{ од}^3.$$

Q1.40. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D=\iint_D \rho\, dxdy=\int_0^{0,5} dx\int_x^{1-x} 2x\,dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1/2, y=0, y+x=1;\rho=2x;M_D=12 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=0.5, y=0, y-x=1; \rho=x; M_D=1/12 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1/2, y=0, y+x=1; \rho=2x; M_D=1/12 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1/2, y=0, y+x=1; \rho=x^2; M_D=1/2 \text{ од}^3.$$

Q1.41. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D=\iint_D \rho\, dxdy=\int_0^2 dx\int_0^{2x-x^2} x\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=0, y=2x-x^2; \rho=x; M_D=8/3 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=0, y=2x+x^2; \rho=x; M_D=5/3 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=0, y=-2x+x^2; \rho=2x; M_D=4 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=0, y=2x-x^2; \rho=x; M_D=4/3 \text{ од}^3.$$

Q1.42. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D=\iint_D \rho\, dxdy=\int_0^2 dx\int_0^{x^2-4x+4} xy\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=0, y=(x-2)^2; \rho=yx; M_D=16/15 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=0, y=(x+2)^2; \rho=x; M_D=22/15 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=0, y=(x-2)^2; \rho = yx; M_D = 12/5 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=0, y=(x-2)^2; \rho = y; M_D = 2/15 \text{ од}^3.$$

Q1.43. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_{-2}^{0} dx \int_{-x}^{4} x^2\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=-2, y+x=0, y=4; \rho = x; M_D = 4/3 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=-2, y+x=0, y=4; \rho = x^2; M_D = 20/3 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=-2, y-x=0, y=4; \rho = x^2; M_D = 4/3 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=-2, y+x=0, y=4; \rho = y^2; M_D = 25/3 \text{од}^3.$$

Q1.44. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_0^2 dx \int_0^{x^2} x^3\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=x^2, y=0; \rho = x^3; M_D = 2/3 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=x^2, y=0; \rho = x^2; M_D = 32/3 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=x^2, y=0; \rho = x^3; M_D = 32/3 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=x^2, y=0; \rho = y^3; M_D = 2/3 \text{ од}^3.$$

Q1.45. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D=\iint_D \rho\, dxdy=\int_0^3 dx\int_x^{3x} x\,dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=3, y=x, y-3x=0; \rho=x; M_D=18 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=3, y=x, y=3x; \rho=x; M_D=8 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=3, y=x, y-3x=0; \rho=yx; M_D=15 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=3, y+x=0, y=3x; \rho=x; M_D=18 \text{ од}^3.$$

Q1.46. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D=\iint\limits_D \rho\, dxdy=\int\limits_1^3 dx\int\limits_0^{6/x} x^2 y\,dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=3, yx=6, y=0; \rho=xy^2; M_D=36 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=3, yx=6, y=0; \rho=yx^2; M_D=24 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=3, yx=6, y=0; \rho=yx^2; M_D=36 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=3, x=6/y, y=0; \rho=yx; M_D=6 \text{ од}^3.$$

Q1.47. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D=\iint\limits_D \rho\, dxdy=\int\limits_0^4 dx\int\limits_0^{x^2} \frac{9y^2}{8x}\,dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=4, y=x^2, y=0; \rho = y^2/x; M_D = 21 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=4, y=x^2, y=0; \rho = (9y)/(8x); M_D = 26 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=4, y=x^2, y=0; \rho = y^2/(8x); M_D = 16 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=4, y=x^2, y=0; \rho = \left(9y^2\right)/(8x); M_D = 216 \text{ од}^3.$$

Q1.48. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint\limits_D \rho\, dxdy = \int\limits_2^4 dx \int\limits_0^{x^3} \frac{dy}{x^2}$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=2, x=4, y=x^3, y=0; \rho = x^{-2}; M_D = 6 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=2, x=4, y=x^3, y=0; \rho = x^2; M_D = 6 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=2, x=4, y=x^3, y=0; \rho = 1/x; M_D = 5 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=2, x=4, y=x^3, y=0; \rho = 1/x^2; M_D = 16 \text{ од}^3.$$

Q1.49. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_0^1 dx \int_x^{2-x^2} 3\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=1, x=0, y+x=0, y=2-x^2; \rho = 3; M_D = 2/7 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y - x = 0, y = 2 - x^2 \ ; \rho = 3; M_D = 7/2 \text{ од}^3 .$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y - x = 0, y = 2 - x^2 \ ; \rho = x; M_D = 7/3 \text{ од}^3 .$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 1, x = 0, y - x = 0, y = 2 - x^2 \ ; \rho = 3x; M_D = 2/5 \text{ од}^3 .$$

Q1.50. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho \, dxdy = \int_0^2 dx \int_0^{2x - x^2} y \, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 0, y = 0, y = x^2 + 2x \ ; \rho = y; M_D = 2/15 \text{ од}^3 .$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 0, y = 0, y = -x^2 + 2x \ ; \rho = y; M_D = 22/15 \text{ од}^3 .$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 0, y = 0, y = x^2 - 2x \ ; \rho = 4; M_D = 4/15 \text{ од}^3 .$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 0, y = 0, y = -x^2 + 2x \ ; \rho = y; M_D = 8/15 \text{ од}^3 .$$

Q1.51. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho \, dxdy = \int_0^2 dx \int_{2-x}^{4-x} (x+1) \, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 0, y + x = 2, y + x = 4 \ ; \rho = 1 + x; M_D = 8 \text{ од}^3 .$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 0, y + x = 2, y + x = 4 \ ; \rho = x; M_D = 6 \text{ од}^3 .$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=2, x=0, y+x=2, y-x=4$; $\rho=1; M_D=4$ од^3.

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=2, x=0, y+x=0, y+x=4$; $\rho=1+x; M_D=12$ од^3.

Q1.52. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D=\iint_D \rho\, dxdy=\int_0^1 dx\int_{2-2x-x^2}^{3+x} x\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=1, x=0, y-x=3, y=2-2x-x^2$; $\rho=x; M_D=4/7$ од^3.

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=1, x=0, y+x=3, y=2-2x-x^2$; $\rho=x; M_D=7/3$ од^3.

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=1, x=0, y-x=3, y=3-(x+1)^2$; $\rho=1; M_D=7/4$ од^3.

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=1, x=0, y-x=3, y=3-(x+1)^2$; $\rho=x; M_D=7/4$ од^3.

Q1.53. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D=\iint_D \rho\, dxdy=\int_{-1}^1 dx\int_0^{3+3x/2} xy\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=-1, x=1, y=0, 2y+3x-6=0$; $\rho=xy; M_D=6$ од^3.

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=-1, x=1, y=0, 2y-3x-6=0$; $\rho=y; M_D=4$ од^3.

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=-1, x=1, y=0, 2y-3x-6=0$; $\rho=xy; M_D=3$ од^3.

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=-1, x=1, y=0, 2y-3x+6=0$; $\rho=x; M_D=7$ од^3.

Q1.54. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_{-3}^{0} dx \int_{-2x/3-2}^{4+4x/3} 2x^2\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями
$x=-3, x=0, 3y+2x+6=0, 3y-4x-12=0$; $\rho=2x; M_D=27$ од^3.

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями
$x=-3, x=0, 3y+2x+6=0, 3y-4x-12=0$; $\rho=x^2; M_D=24$ од^3.

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями
$x=-3, x=0, 3y+2x+6=0, 3y-4x+12=0$; $\rho=2x^2; M_D=25$ од^3.

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями
$x=-3, x=0, 3y+2x+6=0, 3y-4x-12=0$; $\rho=2x^2; M_D=27$ од^3.

Q1.55. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_{0}^{1} dx \int_{\sqrt[3]{x^2}}^{2-x} 3x\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями
$x=0, x=1, y^3=x, y+x=2$; $\rho=3x; M_D=3/7$ од^3.

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями
$x=0, x=1, y^3=x^2, y+x=2$; $\rho=3x; M_D=7/8$ од^3.

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями
$x=0, x=1, y=x^2, y+x=2$; $\rho=3x; M_D=5/8$ од^3.

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями
$x=0, x=1, y=\sqrt[3]{x^2}, y+x=2$; $\rho=3x; M_D=3/4$ од^3.

Q1.56. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_{0}^{1} dx \int_{2x-2}^{\sqrt[3]{x^2}} \sqrt{x}\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y=\sqrt[3]{x^2}, y+x=2\ ; \rho=x; M_D=164/7 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y^3=x^2, y-2x+2=0\ ; \rho=\sqrt{x}; M_D=14/15 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y^3=x^2, y-2x-2=0\ ; \rho=\sqrt{x}; M_D=19/154 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, y^3=x^2, y-2x+2=0\ ; \rho=\sqrt{x}; M_D=194/195 \text{ од}^3.$$

Q1.57. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D=\iint_D \rho\, dxdy=\int_0^2 dx\int_0^{2x^2} y\,dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=2x^2, y=0\ ; \rho=2y; M_D=2/5 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=2x^2, y=0\ ; \rho=y/2; M_D=64/5 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=2x^2, y=0\ ; \rho=2; M_D=22/5 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=2, y=2x^2, y=0\ ; \rho=y/2; M_D=33/5 \text{ од}^3.$$

Q1.58. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D=\iint_D \rho\, dxdy=\int_0^1 dx\int_0^{1-\sqrt{x}} x\,dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x=0, x=1, x=(y-1)^2, y=0\ ; \rho=x; M_D=7/10 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=1, x=(1-y)^2, y=0$; $\rho = x; M_D = 1/10$ од^3.

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=1, x=(1-y)^2, y=0$; $\rho = yx; M_D = 9/10$ од^3.

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=1, x=(y+1)^2, y=0$; $\rho = x^2; M_D = 11/10$ од^3.

Q1.59. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_0^2 dx \int_{-x}^0 xy^2\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=2, y-x=0, y=0$; $\rho = xy^2; M_D = 32/15$ од^3.

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=2, y-x=0, y=0$; $\rho = xy; M_D = 31/15$ од^3.

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=2, y-x=0, y=0$; $\rho = y^2; M_D = 22/15$ од^3.

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=0, x=2, y-x=0, y=0$; $\rho = x^2; M_D = 34/15$ од^3.

Q1.60. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_1^2 dx \int_x^{x^3} y\, dy$, чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=2, x=1, y=x^3, y-x=0$; $\rho = y; M_D = 166/21$ од^3.

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=2, x=1, y=x^3, y-x=0$; $\rho = 1; M_D = 146/21$ од^3.

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$x=2, x=1, y=x^3, y+x=0$; $\rho = x; M_D = 66/23$ од^3.

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 2, x = 1, y = x^3, y + x = 0\ ;\rho = y^2; M_D = 56/21 \text{ од}^3.$$

Q1.61. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_{-1}^{0} dx \int_{-x}^{\sqrt[3]{x^2}} 4y^2 dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -1, y^3 = x^2, y - x = 0\ ;\rho = 4y; M_D = 5/18 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -1, y^3 = x^2, y + x = 0\ ;\rho = 4y^2; M_D = 1/9 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -1, y = \sqrt[3]{x^2}, y + x = 0\ ;\rho = 4y^2; M_D = 5/18 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = -1, y = \sqrt[3]{x^2}, y + x = 0\ ;\rho = y^2; M_D = 5/9 \text{ од}^3.$$

Q1.62. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_{0}^{1} dx \int_{x}^{x+1} 2xy\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x, x + y + 1 = 0\ ;\rho = xy; M_D = 6/7 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y + x = 0, x - y + 1 = 0\ ;\rho = 2x; M_D = 7/9 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x, x - y + 1 = 0\ ;\rho = 2xy; M_D = 7/6 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 1, y = x, x - y + 1 = 0\ ;\rho = 2y; M_D = 5/6 \text{ од}^3.$$

Q1.63. Маса якої фігури D обчислюється за формулою

$M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_0^2 dx \int_{x^2-4x+4}^{4-x^2} x\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = (x-2)^2, y = 4 - x^2 \;; \rho = x; M_D = 8/3 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = (x-2)^2, y = 4 - x^2 \;; \rho = yx; M_D = 3/8 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^2 - 4x + 4, y = 4 - x^2 \;; \rho = x; M_D = 5/3 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = x^2 - 4x + 4, y = x^2 - 4 \;; \rho = x; M_D = 7/3 \text{ од}^3.$$

Q1.64. Маса якої фігури D обчислюється за формулою $M_D = \iint_D \rho\, dxdy = \int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} 2x\, dy$; чому дорівнює густина ρ і маса M_D?

V1. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y^2 + x^2 = 4 \;; \rho = x; M_D = 1/3 \text{ од}^3.$$

V2. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y^2 + x^2 = 4 \;; \rho = 2x; M_D = 16/3 \text{ од}^3.$$

V3. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = \sqrt{4 - x^2} \;; \rho = 2x; M_D = 5/16 \text{ од}^3.$$

V4. Неоднорідна фігура D, яка обмежена лініями

$$x = 0, x = 2, y = 0, y = \sqrt{4 - x^2} \;; \rho = x^2; M_D = 7/16 \text{ од}^3.$$

2. Потрійний інтеграл

Q2.1. У чому полягає фізичний і геометричний зміст потрійного інтеграла $\iiint\limits_D f(x,y,z)dxdydz$?

V1. $M_D = \iiint\limits_D f(x,y,z)dxdydz$ – маса плоскої фігури D, якщо $\rho = f(x,y,z)$ – її густина. $V_D = \iiint\limits_D dxdydz$ – площа фігури D.

V2. $M_D = \iiint\limits_D f(x,y,z)dxdydz$ – маса неоднорідної просторової області D, якщо $\rho = f(x,y,z)$ – її густина. $V_D = \iiint\limits_D dxdydz$ – об'єм області D.

V3. $V_D = \iiint\limits_D f(x,y,z)dxdydz$ – об'єм неоднорідного тіла D, якщо $\rho = f(x,y,z)$ – густина області D. $M_D = \iiint\limits_D dxdydz$ - маса тіла D.

V4. Потрійний інтеграл не має геометричного і фізичного змісту.

Q2.2. Як записується за допомогою потрійного інтеграла момент інерції неоднорідного просторового тіла D відносно осі Ox, якщо $\rho = f(x,y,z)$ – його густина?

V1. $J_{OX} = \iiint\limits_D \left(x^2 + y^2\right) f(x,y,z)d\vartheta$

V2. $J_{OX} = \iiint\limits_D \left(x^2 + z^2\right) f(x,y,z)d\vartheta$

V3. $J_{OX} = \iiint\limits_D \left(y^2 + z^2\right) f(x,y,z)d\vartheta$

V4. $J_{OX} = \iiint\limits_D \left(x^2 + y^2\right) dxdydz$

Q2.3. Як записується формула обчислення статичного моменту M_x неоднорідної просторової області V відносно площини Oyz за допомогою потрійного інтеграла, якщо $\rho(x,y,z)$ – густина?

V1. $M_x = \iiint\limits_V x\rho(x,y,z)dxdydz$ V2. $M_x = \iiint\limits_V xdxdydz$

V3. $M_x = \iiint\limits_V xy\cdot\rho(x,y,z)dxdydz$ V4. $M_x = \iiint\limits_V xydxdydz$

Q2.4. За якою формулою обчислюється маса просторового тіла, яке займає область V і має густину $\rho = f(x,y,z))$?

V1. $m = \iiint\limits_V f(x,y,z)dxdydz$ V2. $m = \iiint\limits_V y\cdot f(x,y,z)dxdydz$

V3. $m = \iiint\limits_V x\cdot f(x,y,z)dxdydz$ V4. $m = \iiint\limits_V dxdydz$

Q2.5. Як записується за допомогою потрійного інтеграла момент інерції неоднорідного просторового тіла V відносно початку координат, якщо $\rho = f(x,y,z)$ – його густина?

V1. $J_O = \iiint\limits_V \left(x^2+z^2\right)f(x,y,z)d\vartheta$

V2. $J_O = \iiint\limits_V \left(y^2+z^2\right)f(x,y,z)d\vartheta$

V3. $J_O = \iiint\limits_V \left(x^2+y^2\right)f(x,y,z)d\vartheta$

V4. $J_O = \iiint\limits_V \left(x^2+y^2+z^2\right)f(x,y,z)d\vartheta$

Q2.6. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^2 dx\int_0^3 dy\int_0^3 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, y=0, z=0$; $x=2, y=3, z=3$; $V_D = 2\cdot3\cdot3 = 18$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене площинами

$x=1, x=2, y=1, y=3, z=0, z=3$; $V_D = 2\cdot 3\cdot 3 = 18$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене площинами

$x=1, x=3, y=0, y=3, z=1, z=3$; $V_D = 2\cdot 3\cdot 3 = 18$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=2, y=0, y=2, z=1, z=3$; $V_D = 2\cdot 3\cdot 3 = 18$ од.^{3}

Q2.7. Об’єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^2 dx \int_0^2 dy \int_0^{2-y} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=2, y=0, y=2, z=0, z=2+y$; $V_D = 2$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=2, y=0, y=2, z=0, z=2-y$; $V_D = 4$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=1, y=0, y=2, z=1, z=2-y$; $V_D = 1$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене площинами

$x=1, x=2, y=1, y=2, z=0, z=2-y$; $V_D = 4$ од.^{3}

Q2.8. Об’єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^3 dx \int_0^3 dy \int_0^{3-x} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=3, y=1, y=3, z=0, z=x-3$; $V_D = 27$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене площинами

$x=1, x=3, y=0, y=3, z=0, z=x-3$; $V_D = 27$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=3, y=0, y=3, z=0, z=3-x$; $V_D = 27/2$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене площинами

$x=1, x=2, y=0, y=3, z=1, z=3-x$; $V_D = 27/2$ од.^{3}

Q2.9. Об’єм якого тіла D обчислюється за формулою

$V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^1 dx \int_0^{1-x} dy \int_0^1 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=1, y=0, y=1+x, z=0, z=1;\ V_D = 1 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, y=0, y=1+x, z=0, z=2;\ V_D = 2 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=1, y=1-x, y=1, z=0,\ z=1;\ V_D = 1/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, y=0, y=1-x, z=0,\ z=1;\ V_D = 1/2 \text{ од.}^3$$

Q2.10. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^1 dx \int_1^{1+x} dy \int_0^2 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=1, y=1+x, y=1, z=0,\ z=2;\ V_D = 1 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=1, y=1+x, y=1, z=0,\ z=2;\ V_D = 1/4 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=1, y=1-x, y=1, z=0,\ z=2;\ V_D = 4 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=1, y=1+x, y=1, z=0,\ z=2;\ V_D = 3/2 \text{ од.}^3$$

Q2.11. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x} dy \int_0^2 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=1-x, y=x^2, z=0,\ z=2;\ V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=2-x, y=x^2, z=0,\ z=2;\ V_D = 7/3 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=2-x, y=x^2, z=0,\ z=2$; $V_D = 5/6$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=2-x, y=x^2, z=0,\ z=1$; $V_D = 3/4$ од.^{3}

Q2.12. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^1 dx \int_{x-1}^{1-x} dy \int_0^2 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=1, y+x=1, x-y=1, z=1,\ z=2$; $V_D = 2$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=1, y+x=1, x-y=1, z=0,\ z=2$; $V_D = 1/2$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=1, y+x=1, x-y=1, z=0,\ z=2$; $V_D = 2/3$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=1, y+x=1, x-y=1, z=0,\ z=2$; $V_D = 2$ од.^{3}

Q2.13. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_1^3 dx \int_0^{x^2} dy \int_0^1 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=3, x=1, y=x^2, y=0, z=0,\ z=1$; $V_D = 2/3$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=3, x=1, y=x^2, y=0, z=0,\ z=1$; $V_D = 26/3$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=3, x=1, y=x^2, y=0, z=0,\ z=1$; $V_D = 32/3$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=3, x=1, y=x^2, y=0, z=0,\ z=1$; $V_D = 3/26$ од.^{3}

Q2.14. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_{-1}^1 dx \int_0^{1-x^2} dy \int_0^{y^2+2x^2} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=-1, x=1, y=1-x^2, y=0, z=0,\ z=y^2+2x^2$; $V_D=\dfrac{3}{10}$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=-1, x=1, y=1-x^2, y=0, z=0,\ z=y^2+2x^2$; $V_D=\dfrac{9}{10}$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=-1, x=1, y=1-x^2, y=0, z=0,\ z=y^2+2x^2$; $V_D=\dfrac{88}{105}$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=-1, x=1, y=1-x^2, y=0, z=0,\ z=y^2+2x^2$; $V_D=\dfrac{38}{105}$ од.^{3}

Q2.15. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D=\iiint_D dxdydz=\int_0^1 dx\int_{\sqrt{x}}^{x^2+1} dy\int_{-1}^1 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2+1, y^2=x, z=-1,\ z=1$; $V_D=4/3$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2+1, y^2=x, z=-1,\ z=1$; $V_D=3/4$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2+1, y^2=x, z=1,\ z=1$; $V_D=2/3$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2+1, y^2=x, z=-1,\ z=1$; $V_D=1/3$ од.^{3}

Q2.16. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D=\iiint_D dxdydz=\int_0^4 dx\int_{\sqrt{x}}^{2} dy\int_0^2 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=4, y=\sqrt{x}, y=2, z=0,\ z=2$; $V_D=1/3$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=4, y=\sqrt{x}, y=2, z=0,\ z=2$; $V_D=8/3$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=4, y=\sqrt{x}, y=2, z=0,\ z=2;\ V_D=10/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=4, y=\sqrt{x}, y=2, z=0,\ z=2;\ V_D=16/3 \text{ од.}^3$$

Q2.17. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D=\iiint_D dxdydz=\int_0^2 dx\int_0^x dy\int_0^y dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=2, y-x=0, y=0, z-y=0,\ z=0;\ V_D=3/4 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=2, y-x=0, y=0, z-y=0,\ z=0;\ V_D=4/3 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=2, y+x=0, y=0, z+y=0,\ z=0;\ V_D=4/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=2, y-x=0, y=0, z+y=0,\ z=0;\ V_D=2/3 \text{ од.}^3$$

Q2.18. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D=\iiint_D dxdydz=\int_0^2 dx\int_x^4 dy\int_0^3 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=2, y-x=0, y=4, z=0,\ z=3;\ V_D=18 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=2, y+x=0, y=4, z=0,\ z=3;\ V_D=8 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=2, y+x=0, y=4, z=0,\ z=3;\ V_D=18 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=2, y-x=0, y=4, z=0,\ z=3;\ V_D=81 \text{ од.}^3$$

Q2.19. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D=\iiint_D dxdydz=\int_0^2 dx\int_0^x dy\int_0^{4-y^2} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y=x, y=0, z=0,\ z=4-y^2;\ V_D = 20/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y=x, y=0, z=0,\ z=4-y^2;\ V_D = 2/3 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y=x, y=0, z=0,\ z=4-y^2;\ V_D = 3/20 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y=x, y=0, z=0,\ z=4-y^2;\ V_D = 10/3 \text{ од.}^3$$

Q2.20. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^2 dx \int_0^x dy \int_0^{y^2} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y+x=0, y=0, z=0,\ z=y^2;\ V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y=x, y=0, z=0,\ z=y^2;\ V_D = 3/4 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y=x, y=0, z=0,\ z=y^2;\ V_D = 4/3 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y=x, y=0, z=0,\ z=y^2;\ V_D = 7/3 \text{ од.}^3$$

Q2.21. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^1 dx \int_x^{2-x} dy \int_0^2 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=1, y=2-x, y-x=0, z=0,\ z=2;\ V_D = 4 \text{ од.}^3$$

V2. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=1, y=2-x, y+x=0, z=0,\ z=2;\ V_D = 2 \text{ од.}^3$$

V3. Тіло D, обмежене площинами

$$x=0, x=1, y=2-x, y-x=0, z=0,\ z=2;\ V_D = 2 \text{ од.}^3$$

V4. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=1, y=2+x, y-x=0, z=0,\ z=2$; $V_D=3/4$ од.^{3}

Q2.22. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D=\iiint_D dxdydz=\int_0^1 dx\int_{x^2}^{\sqrt{x}} dy\int_0^{2-y^2} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=x^2, z=0,\ z=2-y^2$; $V_D=61/105$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=x^2, z=0,\ z=2-y^2$; $V_D=4/15$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=x^2, z=0,\ z=2-y^2$; $V_D=6/5$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=x^2, z=0,\ z=2-y^2$; $V_D=3/10$ од.^{3}

Q2.23. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D=\iiint_D dxdydz=\int_0^1 dx\int_0^{1-x} dy\int_0^{2-x-y} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами
$x=0, x=1, y=1-x, y=0, z=0,\ z+x+y=2$; $V_D=5/3$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене площинами
$x=0, x=1, y=1-x, y=0, z=0,\ z-x-y=2$; $V_D=7/9$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене площинами
$x=0, x=1, y=1+x, y=0, z=0,\ z+x+y=2$; $V_D=7/6$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене площинами
$x=0, x=1, y=1-x, y=0, z=0,\ z+x+y=2$; $V_D=2/3$ од.^{3}

Q2.24. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D=\iiint_D dxdydz=\int_0^1 dx\int_{x^3}^{x} dy\int_0^{x^2+y^2} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y+x=0, y=x^3, z=0,\ z=x^2+y^2$; $V_D=2/15$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y-x=0, y=x^3, z=0,\ z=x^2+y^2$; $V_D = 2/15$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x, y=x^3, z=0,\ z=x^2+y^2$; $V_D = 2/5$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x, y=x^3, z=0,\ z=x^2+y^2$; $V_D = 15/2$ од.^{3}

Q2.25. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^2 dx \int_x^{2x} dy \int_1^{3-x-y} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$x=2, x=0, y=x, y=2x, z=1,\ z-x-y-3=0$; $V_D = 2/3$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене площинами

$x=2, x=0, y=x, y=2x, z=1,\ z+x+y-3=0$; $V_D = 2/3$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене площинами

$x=2, x=0, y=x, y=2x, z=1,\ z=-x-y+3$; $V_D = 4/3$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене площинами

$x=2, x=0, y=x, y=2x, z=1,\ z=3-x-y$; $V_D = 3/2$ од.^{3}

Q2.26. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_1^3 dx \int_0^{x/2} dy \int_0^5 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$x=3, x=1, y=x/2, y=0, z=0,\ z=5$; $V_D = 10$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене площинами

$x=3, x=1, y=x/2, y=0, z=0,\ z=5$; $V_D = 5$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене площинами

$x=3, x=1, y=x/2, y=0, z=0,\ z=5$; $V_D = 8$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене площинами

$x=3, x=1, y=x/2, y=0, z=0,\ z=5$; $V_D = 12$ од.^{3}

Q2.27. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою

$V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^{\sqrt{x}} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=1, y=0, z=0,\ z=\sqrt{x}$; $V_D = 4/3$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=1, y=0, z=0,\ z=\sqrt{x}$; $V_D = 3/2$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=1, y=0, z=0,\ z=\sqrt{x}$; $V_D = 2/3$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=1, y=0, z=0,\ z=\sqrt{x}$; $V_D = 4/3$ од.^{3}

Q2.28. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^1 dx \int_1^2 dy \int_{\sqrt{x}/2}^{x} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=1, y=2, z=x,\ z=\sqrt{x}/2$; $V_D = 6$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=1, y=2, z=x,\ z=\sqrt{x}/2$; $V_D = 1/6$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=1, y=2, z=x,\ z=\sqrt{x}/2$; $V_D = 1/4$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=1, y=2, z=x,\ z=\sqrt{x}/2$; $V_D = 4$ од.^{3}

Q2.29. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^4 dx \int_0^{\sqrt{x}} dy \int_{-x}^{0} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=4, x=0, y=\sqrt{x}, y=0, z=x,\ z=0$; $V_D = 4/3$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=4, x=0, y=\sqrt{x}, y=0, z=-x,\ z=0$; $V_D = 14/3$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=2, x=0, y=\sqrt{x}, y=0, z=-x,\ z=0$; $V_D=42/5$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=4, x=0, y=\sqrt{x}, y=0, z=-x,\ z=0$; $V_D=64/5$ од.^{3}

Q2.30. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D=\iiint_D dxdydz=\int_0^2 dx\int_0^x dy\int_{-x}^{2y^2} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=2, x=0, y=x, y=0, z=2y^2,\ z+x=0$; $V_D=1/3$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=2, x=0, y=x, y=0, z=y^2,\ z-x=0$; $V_D=16/3$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=2, x=0, y=x, y=0, z=2y^2,\ z+x=0$; $V_D=16/3$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=2, x=0, y=x, y=0, z=2y^2,\ z=-x$; $V_D=64/3$ од.^{3}

Q2.31. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D=\iiint_D dxdydz=\int_1^2 dx\int_{x/2}^{2x} dy\int_0^{8-x^2} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=2, x=1, y-2x=0, 2y=x, z=0,\ z=8-x^2$; $V_D=8/3$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=2, x=1, y=2x, y=x/2, z=0,\ z=8-x^2$; $V_D=35/8$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=2, x=1, y-2x=0, 2y=x, z=0,\ z=8-x^2$; $V_D=5/9$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=2, x=1, y=2x, y=x/2,\ z=0,\ z=8-x^2$; $V_D=99/8$ од.^{3}

Q2.32. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D=\iiint_D dxdydz=\int_0^2 dx\int_{-x}^{1-x} dy\int_0^{2-x^2} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$x = 2, x = 0, y = -x, y = 1 - x, z = 0,\ z = 2 - x^2$; $V_D = 3/4$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$x = 2, x = 0, y = -x, y + x = 1, z = 0,\ z = 2 - x^2$; $V_D = 4/3$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$x = 2, x = 0, y = -x, y = 1 - x, z = 0,\ z = 2 - x^2$; $V_D = 5/3$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$x = 2, x = 0, y = -x, y = 1 - x, z = 0,\ z = 2 - x^2$; $V_D = 7/3$ од.^{3}

Q2.33. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_1^3 dx \int_x^{3x} dy \int_{-2}^1 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$x = 3, x = 1, y = x, y = 3x, z + 2 = 0,\ z = 1$; $V_D = 14$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене площинами

$x = 3, x = 1, y = x, y = 3x, z + 2 = 0,\ z = 1$; $V_D = 42$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене площинами

$x = 3, x = 1, y = x, y = 3x, z = 2,\ z = 1$; $V_D = 32$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене площинами

$x = 3, x = 1, y = x, y - 3x = 0, z + 2 = 0,\ z = 1$; $V_D = 24$ од.^{3}

Q2.34. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D = \iiint_D dxdydz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{2-x^2} dy \int_0^{x+y} dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = 2 - x^2, y = x^2, z - x = y,\ z = 0$; $V_D = 13/6$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = 2 - x^2, y = x^2, z = x + y,\ z = 0$; $V_D = 11/6$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = 2 - x^2, y = x^2, z = x + y,\ z = 0$; $V_D = 5/12$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=2-x^2, y=x^2, z-x-y=0,\ z=0$; $V_D=2/3$ од.^{3}

Q2.35. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D=\iiint_D dxdydz=\int_2^5 dx\int_x^{1+x} dy\int_0^3 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$x=2, x=5, y=x, y-x-1=0, z=0,\ z=3$; $V_D=9$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене площинами

$x=2, x=5, y=x, y=x+1=0, z=0,\ z=3$; $V_D=13$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене площинами

$x=2, x=4, y=x, y=x+1, z=0,\ z=3$; $V_D=15$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене площинами

$x=1, x=5, y=x, y=x+1, z=0,\ z=3$; $V_D=8$ од.^{3}

Q2.36. Об'єм якого тіла D обчислюється за формулою $V_D=\iiint_D dxdydz=\int_0^2 dx\int_{-x}^{3+x} dy\int_{-2}^1 dz$ і чому дорівнює V_D?

V1. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=2, y+x=0, y=x+3, z=2,\ z=1$; $V_D=8$ од.^{3}

V2. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=2, y+x=0, y=x+3, z=-2,\ z=1$; $V_D=20$ од.^{3}

V3. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=2, y+x=0, y-x-3=0, z+2=0,\ z=1$; $V_D=30$ од.^{3}

V4. Тіло D, обмежене площинами

$x=0, x=2, y-x=0, y-x-3=0, z=-2,\ z=1$; $V_D=6$ од.^{3}

Q2.37. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_{x^2}^1 dy\int_0^3 xydz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 1, z = 0, z = 3$; $\rho = xy$, $M_D = 1/2$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x = 0, y = x^2, y = 1, z = 1, z = 3$; $\rho = xy^2$, $M_D = 2$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x = 0, y = x, y = 1, z = 0, z = 3$; $\rho = x^2 y$, $M_D = 1$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = x, y = 2, z = 0, z = 2$; $\rho = xy$, $M_D = 3/2$ од.

Q2.38. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D = \iiint_D \rho\, dxdydz = \int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{x}} dy \int_0^2 z\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = 0, y = \sqrt{x}, z = 0, z = 2$; $\rho = z$, $M_D = 8/3$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = 0, y = \sqrt{x}, z = 0, z = 2$; $\rho = z$, $M_D = 4/3$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = 1, y = \sqrt{x} + 1, z = 0, z = 3$; $\rho = z$, $M_D = 2/3$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x = 0, x = 2, y = 0, y = \sqrt{x}, z = 1, z = 3$; $\rho = z$, $M_D = 5/3$ од.

Q2.39. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D = \iiint_D \rho\, dxdydz = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^{x^2} x\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x = 0, x = 1, y = 0, y = 1, z = 1, z = x^2$; $\rho = x$, $M_D = 4$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x = 0, x = 2, y = 1, y = 2, z = 0, z = x^2$; $\rho = x^2$, $M_D = 2$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=0, y=1,\ z=0, z=x^2$; $\rho=x$, $M_D=1/4$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=3, x=4, y=0, y=1,\ z=0, z=x^2$; $\rho=x$, $M_D=3/4$ од.

Q2.40. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_0^1 dy\int_0^{\sqrt{x}} x\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=0, y=2,\ z=0, z=\sqrt{x}$; $\rho=x$, $M_D=5$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=4, y=0, y=4,\ z=0, z=\sqrt{x}$; $\rho=x$, $M_D=2$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=3, y=4,\ z=0, z=x^2$; $\rho=x$, $M_D=5/2$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=0, y=1,\ z=0, z=\sqrt{x}$; $\rho=x$, $M_D=2/5$ од.

Q2.41. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_{-x}^1 dy\int_0^3 xy\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=-x, y=1,\ z=0, z=3$; $\rho=y$, $M_D=5/8$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y+x=0, y=1,\ z=0, z=3$; $\rho=yx$, $M_D=3/8$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=-x, y=1,\ z=0, z=3$; $\rho=x$, $M_D=3/4$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y+x=0, y=1,\ z=0, z=3$; $\rho=yx^2$, $M_D=8/5$ од.

Q2.42. Маса якого тіла D обчислюється за формулою

$M_D = \iiint_D \rho\, dxdydz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{2x} dy \int_{-1}^{3} x\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 2x,\ z - 3 = 0, z + 1 = 0$; $\rho = x, M_D = 5/3$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 2x,\ z = 3, z = -1$; $\rho = x, M_D = 5/8$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 2x,\ z = 3, z = -1$; $\rho = zx, M_D = 5/8$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x = 0, x = 1, y = x^2, y = 2x,\ z = 3, z = -1$; $\rho = x, M_D = 5/12$ од.

Q2.43. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D = \iiint_D \rho\, dxdydz = \int_0^1 dx \int_0^{2-x^2} dy \int_0^{x+y} y\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x = 0, x = 1, y = 0, y = 2 - x^2,\ z = 0, z = x + y$; $\rho = y, M_D = 547/420$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x = 0, x = 1, y = 0, y = 2 - x^2,\ z = 0, z - x - y = 0$; $\rho = yz, M_D = 47/70$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x = 0, x = 1, y = 0, y = 2 - x^2,\ z = 0, z - x = y$; $\rho = y, M_D = 953/420$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x = 0, x = 1, y = 0, y = 2 - x^2,\ z = 0, = x + y$; $\rho = x, M_D = 751/420$ од.

Q2.44. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D = \iiint_D \rho\, dxdydz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{x}} dy \int_1^2 x^2 y\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x = 0, x = 1, y = x^2, y = \sqrt{x},\ z = 2, z = 1$; $\rho = x^2,\ M_D = 3/5$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2, y=\sqrt{x},\ z=2, z=1$; $\rho=x^2 y$, $M_D=5/6$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2, y=\sqrt{x},\ z=2, z=1$; $\rho=xy$, $M_D=5/42$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2, y=\sqrt{x},\ z=2, z=1$; $\rho=x^2 y$, $M_D=3/56$ од.

Q2.45. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_1^3 dx\int_1^x dy\int_0^{2x^2}(y/x)\,dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=3, x=1, y=x, y=1,\ z=0, z=2x^2$; $\rho=y$, $M_D=6$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=3, x=1, y=x, y=1,\ z=0, z=2x^2$; $\rho=y/x$, $M_D=16$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=3, x=1, y=x, y=1,\ z=0, z=2x^2$; $\rho=y/x$, $M_D=12$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=3, x=1, y=x, y=1,\ z=0, z=2x^2$; $\rho=1/x$, $M_D=15$ од.

Q2.46. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_1^2 dx\int_1^2 dy\int_0^{x^2} y^2 dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=2, x=1, y=2, y=1,\ z=0, z=x^2$; $\rho=y$, $M_D=44/9$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=2, x=1, y=2, y=1,\ z=0, z=x$; $\rho=yx$, $M_D=43/9$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=2, x=1, y=2, y=1,\ z=0, z=x^2$; $\rho=y^2$, $M_D=5/9$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=2, x=1, y=2, y=1,\ z=0, z=x^2$; $\rho=y^2$, $M_D=49/9$ од.

Q2.47. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{x}} dy\int_0^{2-x-y} 8xy\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=0,\ z=0, z=2-x-y$; $\rho=xy$, $M_D=23/12$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=0,\ z=0, z=2-x-y$; $\rho=8xy$, $M_D=15/7$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=0,\ z=0, z=2-x-y$; $\rho=8xy$, $M_D=19/21$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=0, x=1, y=\sqrt{x}, y=0,\ z=0, z=2-x-y$; $\rho=8xy$, $M_D=20/21$ од.

Q2.48. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_1^4 dx\int_{\sqrt{x}}^2 dy\int_2^4 y\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=4, x=1, y=2, y=\sqrt{x},\ z=2, z=4$; $\rho=y$, $M_D=9/2$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=4, x=1, y=2, y=\sqrt{x},\ z=2, z=4$; $\rho=zy$, $M_D=7/2$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=4, x=1, y=2, y=\sqrt{x},\ z=2, z=4$; $\rho=y$, $M_D=4/9$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=4, x=1, y=2, y=\sqrt{x},\ z=2, z=4$; $\rho=yx$, $M_D=11/2$ од.

Q2.49. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_{x^3}^2 dy\int_0^{\sqrt{y}} \left(1/\sqrt{y}\right) dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=2, y=x^3,\ z=0, z=y$; $\rho = z/\sqrt{y}$, $M_D = 3/4$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=0, y=x^3,\ z=0, z=\sqrt{y}$; $\rho = 1/\sqrt{y}$, $M_D = 11/4$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=2, y=x^3,\ z=0, z=\sqrt{y}$; $\rho = 1/\sqrt{y}$, $M_D = 7/4$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=2, y=x^3,\ z=0, z=\sqrt{y}$; $\rho = \sqrt{y}$, $M_D = 4/3$ од.

Q2.50. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D = \iiint_D \rho\, dxdydz = \int_{-1}^{1} dx \int_{x^2}^{1-x^2} dy \int_2^4 yz\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=-1, x=1, y=x^2, y=1-x^2,\ z=4, z=2$; $\rho = yz$, $M_D = 4$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=-1, x=1, y=x^2, y=1-x^2,\ z=4, z=2$; $\rho = y$, $M_D = 3$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=-1, x=1, y=x^2, y=1-x^2,\ z=4, z=2$; $\rho = z$, $M_D = 5$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=-1, x=1, y=x^2, y=1-x^2,\ z=4, z=2$; $\rho = yz$, $M_D = 2$ од.

Q2.51. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D = \iiint_D \rho\, dxdydz = \int_0^1 dx \int_{x^2}^{1} dy \int_1^2 xz^2\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=x^2, y=1,\ z=1, z=2$; $\rho = xz^2$, $M_D = 7/12$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2, y=1,\ z=1, z=2$; $\rho=z^2$, $M_D=11/12$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2, y=1,\ z=1, z=2$; $\rho=xz$, $M_D=5/3$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2, y=1,\ z=1, z=2$; $\rho=x^2$, $M_D=8/15$ од.

Q2.52. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_{-x}^{x} dy\int_0^{2-x^2} x\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x, y=-x,\ z=0, z=2-x^2$; $\rho=xy, M_D=4/5$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x, y+x=0,\ z=0, z=2-x^2$; $\rho=x, M_D=17/3$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x, y=-x,\ z=0, z=2-x^2$; $\rho=zx, M_D=12/5$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x, y=-x,\ z=0, z=2-x^2$; $\rho=x, M_D=14/15$ од.

Q2.53. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^2 dx\int_{x^2-2}^{x^2} dy\int_0^3 (x+y)\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2-2, y=0,\ z=0, z=3$; $\rho=x+y$, $M_D=6$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=2, y=x^2-2, y=0,\ z=0, z=3$; $\rho=x$, $M_D=9$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=2, y=x^2-2, y=0,\ z=0, z=3$; $\rho=x+y$, $M_D=16$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=2, y=x^2-2, y=0,\ z=0, z=3$; $\rho=y$, $M_D=12$ од.

Q2.54. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_{-x^2}^1 dy\int_{-y}^{y} x\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=-x^2, y=1,\ z=-y, z=y$; $\rho=x$, M_D=1/2 од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=-x^2, y=1,\ z+y=0, z-y=0$; $\rho=x$, M_D=1/3 од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=-x^2, y=1,\ z=-y, z=y$; $\rho=y$, M_D=3/4 од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=-x^2, y=1,\ z+y=0, z-y=0$; $\rho=z$, M_D=2/3 од.

Q2.55. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_x^{3x} dy\int_0^{x^2+y^2} xy\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=3x, y=x,\ z=0, z=x^2+y^2$; $\rho=xy$, M_D=6 од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=3x, y-x=0,\ z=0, z=x^2+y^2$; $\rho=zxy$, M_D=5 од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=3x, y-x=0,\ z=0, z=x^2+y^2$; $\rho=xy$, M_D=4 од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями
$x=0, x=1, y=3x, y=x,\ z=0, z=x^2+y^2$; $\rho=y$, M_D=7 од.

Q2.56. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^2 dx\int_0^{\sqrt{2-x^2}} dy\int_0^{3-x^2-y^2} y\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=0, x=2, y^2+x^2=2, y=0,\ z=0, z+x^2+y^2=3$; $\rho=y, M_D$=8/5од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=0, x=2, y^2+x^2=2, y=0,\ z=0, z=3-x^2-y^2$; $\rho=y, M_D$=12/5 од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=0, x=1, y^2+x^2=2, y=0,\ z=0, z=3-x^2-y^2$; $\rho=y^2$, M_D=3/8 од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=0, x=2, y^2+x^2=2, y=0,\ z=0, z+x^2+y^2=3$; $\rho=z, M_D$=3/5од.

Q2.57. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_{-x}^{x} dy\int_0^{\sqrt{x^2+y^2}} 2z\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=0, x=1, y+x=0, y=x,\ z=0, z^2+x^2+y^2=0$; $\rho=z^2$, M_D=7/3 од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=0, x=1, y=-x, y-x=0,\ z=0, z^2+x^2+y^2=0$; $\rho=z$, M_D=4/3 од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=0, x=1, y+x=0, y-x=0,\ z=0, z^2+x^2+y^2=0$; $\rho=2z$, M_D=1/3 од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=0, x=1, y=-x, y=x,\ z=0, z^2+x^2+y^2=0$; $\rho=2z$, M_D=2/3 од.

Q2.58. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_{x^2}^{\sqrt{2-x^2}} dy\int_0^{y} 2x^2 dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями $x=0, x=1, y=\sqrt{2-x^2}, y=0,\ z=0, z-y=0$; $\rho=2x^2$, M_D=4/15 од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y^2+x^2=2, y=0,\ z=0, z=y$; $\rho=2x^2$, $M_D=34/105$од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=\sqrt{2-x^2}, y=0,\ z=0, z=y$; $\rho=2x^2$, $M_D=41/105$од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=\sqrt{2-x^2}, y=0,\ z=0, z-y=0$; $\rho=x$, $M_D=17/15$ од.

Q2.59. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_{x^2}^2 dy\int_3^5 xy\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2, y=2,\ z=5, z=3$; $\rho=xy$, $M_D=13/6$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2, y-2=0,\ z=5, z-3=0$; $\rho=xyz$, $M_D=5/6$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2, y=2,\ z=5, z=3$; $\rho=xy$, $M_D=11/6$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x^2, y=2,\ z=5, z=3$; $\rho=y$, $M_D=7/6$ од.

Q2.60. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_x^2 dy\int_1^{1+x+3y} 4y\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=x, y=2,\ z=0, z=x+3y+1$; $\rho=y$, $M_D=9/2$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y-x=0, y=2,\ z=1, z-x-3y=1$; $\rho=4y$, $M_D=69/2$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y-x=0, y=2,\ z=0, z-x-3y=1$; $\rho=z$, $M_D=7/4$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=x, y=2,\ z=1, z=1-x-3y;\ \rho=4,\ M_D=17/6 \text{ од.}$$

Q2.61. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^2 dx\int_{2-x}^{2+x} dy\int_2^4 xz\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y-x=2, y-x-2=0,\ z=2, z=4;\ \rho=xz,\ M_D=24 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y-x=2, y=2-x,\ z=2, z-4=0;\ \rho=x,\ M_D=23 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y=2+x, y=2-x,\ z-2=0, z-4=0;\ \rho=xz, M_D=48 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=2, y-x=2, y+x-2=0,\ z-2=0, z-4=0;\ \rho=xz, M_D=32 \text{ од.}$$

Q2.62. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_{-1}^1 dx\int_{\sqrt{x+1}}^{3+x} dy\int_2^3 x^2 y\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=-1, x=1, y^2-x=1, y-x-3=0,\ z=3, z=2;\ \rho=x^2, M_D=32/15 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=-1, x=1, y^2-x=1, y-x=3,\ z-3=0, z=2;\ \rho=x^2y, M_D=43/15 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=-1, x=1, y^2=x+1, y=x+3,\ z=3, z=2;\ \rho=xy, M_D=4/5 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=-1, x=1, y^2-x=1, y=x+3,\ z=3, z=2;\ \rho=y, M_D=24/25 \text{ од.}$$

Q2.63. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_2^3 dy\int_0^{2x^2+y^2} (xy/5)\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y-2=0, y-3=0,\ z=0, z=2x^2+y^2;\ \rho=xy, M_D=5/4 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=2, y=3,\ z=0, z=2x^2+y^2;\ \rho=xy/5,\ M_D=13/8 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y-2=0, y-3=0,\ z=0, z=2x^2+y^2;\ \rho=x/5,\ M_D=10/3 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y-2=0, y=3,\ z=0, z-2x^2-y^2=0;\ \rho=xy/5, M_D=15/8 \text{ од.}$$

Q2.64. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_{-2}^{0}dx\int_{1+x/2}^{1-x}dy\int_1^3 2y\,dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=-2, 2y-x=2, y+x-1=0,\ z=1, z=3;\ \rho=2y,\ M_D=16 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=-2, 2y=x, y=1-x,\ z=1, z=3;\ \rho=2zy,\ M_D=11 \text{ од.}$$

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=-2, 2y=x, y=1-x,\ z=1, z=3;\ \rho=y^2,\ M_D=6 \text{ од.}$$

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=-2, 2y=2+x, y+x-1=0,\ z=1, z=3;\ \rho=2y,\ M_D=9 \text{ од.}$$

Q2.65. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_{x^2}^{4-x^2}dy\int_0^{\sqrt{y}} x\sqrt{y}\,dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$$x=0, x=1, y=4-x^2, y=x^2,\ z=0, z=\sqrt{y};\ \rho=x\sqrt{y},\ M_D=5/3 \text{ од.}$$

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=4-x^2, y=x^2, z=0, z^2=y; \rho=\sqrt{y}, M_D=6/5$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=4-x^2, y=x^2, z=0, z^2-y=0; \rho=x\sqrt{y}, M_D=3$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=4-x^2, y=x^2, z=0, z=\sqrt{y}; \rho=x\sqrt{y}, M_D=8/3$ од.

Q2.66. Маса якого тіла D обчислюється за формулою $M_D=\iiint_D \rho\, dxdydz=\int_0^1 dx\int_{x^2+1}^2 dy\int_0^{3-x-y} x\, dz$, чому дорівнює густина ρ і M_D?

V1. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=2, y=1+x^2, z=0, z=3-y-x; \rho=x, M_D=7/30$ од.

V2. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=2, y-1=x^2, z=0, z+y+x=3; \rho=x, M_D=13/40$ од.

V3. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=2, y=x^2+1, z=0, z=3-y-x; \rho=z, M_D=7/3$ од.

V4. Неоднорідне тіло D, обмежене поверхнями

$x=0, x=1, y=2, y=x^2+1, z=0, z=3-y-x; \rho=x, M_D=9/20$ од.

Q2.67. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^3 dx\int\limits_0^{4(1-x/3)} dy\int\limits_0^{5(1-x/3-y/4)} dz$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0, \ \frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{5}=1, \ V=10$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0, \ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}=1, \ V=5$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0, \ \frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1, \ V=4$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0, \ \frac{x}{5}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1, \ V=20$ од.^{3}

Q2.68. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об’єм якої

$$V=\iiint_{OABC} dxdydz=\int_0^3 dx\int_0^{2(1-x/3)} dy\int_0^{1-x/3-y/2} dz$$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{2}=1,\ V=\frac{1}{2}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1,\ V=2$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1,\ V=1$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1,\ V=6$ од.^{3}

Q2.69. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об’єм якої

$$V=\iiint_{OABC} dxdydz=\int_0^5 dx\int_0^{2(1-x/5)} dy\int_0^{3(1-x/5-y/2)} dz$$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{5}+\frac{z}{3}=1,\ V=10$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1,\ V=4$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1,\ V=5$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1,\ V=3$ од.^{3}

Q2.70. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об’єм якої

$$V=\iiint_{OABC} dxdydz=\int_0^2 dx\int_0^{4(1-x/2)} dy\int_0^{6(1-x/2-y/4)} dz$$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{6}=1,\ V=8$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{6}+\frac{z}{4}=1$, $V=4$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{6}+\frac{z}{2}=1$, $V=6$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{6}+\frac{y}{4}+\frac{z}{2}=1$, $V=5$ од.^{3}

Q2.71. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^2 dx\int\limits_0^{3-3x/2} dy\int\limits_0^{4-4y/3-2x} dz$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$, $V=3$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1$,$V=5$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$, $V=4$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$, $V=8$ од.^{3}

Q2.72. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^2 dx\int\limits_0^{5-5x/2} dy\int\limits_0^{1-x/2-y/5} dz$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{5}+\frac{z}{1}=1$, $V=\frac{3}{8}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{1}=1$, $V=\frac{17}{8}$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{5}+\frac{z}{1}=1$, $V=\frac{5}{3}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1$, $V=\frac{8}{3}$ од.^{3}

Q2.73 Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^3 dx\int\limits_0^{5-5x/3} dy\int\limits_0^{2-2x/3-2y/5} dz$$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1,\ V=5$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1,\ V=5$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{5}+\frac{z}{3}=1,\ V=15$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1,\ V=\frac{5}{2}$ од.^{3}

Q2.74. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^5 dx\int\limits_0^{4-4x/5} dy\int\limits_0^{2-2x/5-y/2} dz$$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{2}=1,\ V=\frac{124}{75}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{2}=1,\ V=\frac{20}{3}$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{5}+\frac{z}{4}=1,\ V=\frac{14}{25}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{4}+\frac{z}{5}=1,\ V=\frac{10}{3}$ од.^{3}

Q2.75. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$$V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^6 dx\int\limits_0^{4-2x/3} dy\int\limits_0^{2-x/3-y/2} dz$$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{6}+\frac{y}{4}+\frac{z}{2}=1,\ V=6$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{6}+\frac{y}{4}+\frac{z}{2}=1,\ V=9$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{6}+\frac{y}{4}+\frac{z}{2}=1,\ V=4$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{6}+\frac{y}{4}+\frac{z}{2}=1,\ V=8$ од.^{3}

Q2.76. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^5 dx \int\limits_0^{1-x/5} dy \int\limits_0^{3-3x/5-3y} dz$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{21}{50}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{9}{2}$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{5}{2}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{1}+\frac{z}{5}=1,\ V=\frac{105}{17}$ од.^{3}

Q2.77. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^3 dx \int\limits_0^{2-2x/3} dy \int\limits_0^{6-2x-3y} dz$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{6}=1,\ V=9$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{6}=1,\ V=7$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{6}=1,\ V=12$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{6}=1,\ V=6$ од.^{3}

Q2.78. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^1 dx\int\limits_0^{7-7x} dy\int\limits_0^{2-2x-2y/7} dz$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0, \frac{x}{2}+\frac{y}{7}+\frac{z}{2}=1$, $V=42$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0, \frac{x}{1}+\frac{y}{7}+\frac{z}{2}=1$, $V=7/3$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0, \frac{x}{1}+\frac{y}{7}+\frac{z}{2}=1$, $V=10/3$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0, \frac{x}{1}-\frac{y}{7}+\frac{z}{2}=1$, $V=5/6$ од.^{3}

Q2.79. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^3 dx\int\limits_0^{2-2x/3} dy\int\limits_0^{4-4x/3-2y} dz$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0, \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1$, $V=12$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0, \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1$, $V=6$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0, \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1$, $V=8$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0, \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1$, $V=4$ од.^{3}

Q2.80. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^4 dx\int\limits_0^{5(1-x/4)} dy\int\limits_0^{3(1-x/4-y/5)} dz$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0, \frac{x}{4}+\frac{y}{5}+\frac{z}{3}=1$, $V=20$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{5}+\frac{z}{3}=1,\ V=18$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{5}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{22}{3}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{5}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{351}{32}$ од.^{3}

Q2.81. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^3 dx \int\limits_0^{2(1-x/3)} dy \int\limits_0^{7(1-x/3-y/2)} dz$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{7}=1,\ V=9$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{7}=1,\ V=5$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{7}=1,\ V=14$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{7}=1,\ V=7$ од.^{3}

Q2.82. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої

$V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{1-x/2} dy \int\limits_0^{4(1-x/2-y)} dz$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{4}=1,\ V=\frac{5}{2}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{4}=1,\ V=\frac{2}{3}$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{4}=1,\ V=\frac{4}{3}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{4}=1,\ V=\frac{7}{3}$ од.^{3}

Q2.83. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^4 dx\int\limits_0^{3(1-x/4)} dy\int\limits_0^{2(1-x/4-y/3)} dz$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1,\ V=11$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1,\ V=\frac{39}{4}$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{15}{2}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1,\ V=4$ од.^{3}

Q2.84. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^3 dx\int\limits_0^{2(1-x/3)} dy\int\limits_0^{5(1-x/3-y/2)} dz$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1,\ V=5$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1,\ V=6$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1,\ V=9$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1,\ V=10$ од.^{3}

Q2.85. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^3 dx\int\limits_0^{4(1-x/5)} dy\int\limits_0^{3(1-x/5-y/4)} dz$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{342}{25}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{234}{25}$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{23}{5}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{34}{5}$ од.^{3}

Q2.86. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^3 dx\int\limits_0^{1-x/2} dy\int\limits_0^{3(1-x/2-y)} dz$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{45}{4}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{5}{4}$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{9}{2}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{5}{2}$ од.^{3}

Q2.87. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^2 dx\int\limits_0^{2(1-x/5)} dy\int\limits_0^{3(1-x/5-y/2)} dz$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{46}{5}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{117}{25}$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{71}{5}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{171}{25}$ од.^{3}

Q2.88. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{3(1-x)} dy \int\limits_0^{5(1-x-y/3)} dz$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}=1$, $V=\frac{5}{2}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}=1$, $V=\frac{33}{2}$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}=1$, $V=\frac{19}{6}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}=1$, $V=\frac{5}{24}$ од.^{3}

Q2.89. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^2 dx \int\limits_0^{3(1-x/2)} dy \int\limits_0^{1-x/2-y/3} dz$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{1}=1$, $V=\frac{63}{8}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{1}=1$, $V=3$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{1}=1$, $V=\frac{3}{8}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{1}=1$, $V=1$ од.^{3}

Q2.90. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^3 dx \int\limits_0^{5-5x/3} dy \int\limits_0^{1-x/3-y/5} dz$, чому дорівнює V ?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{5}+z=1$, $V=\frac{5}{2}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{5}+z=1,\ V=\frac{35}{4}$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{5}+z=1,\ V=\frac{5}{4}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{3}+\frac{y}{5}+z=1,\ V=\frac{3}{2}$ од.^{3}

Q2.91. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^4 dx \int\limits_0^{2-x/2} dy \int\limits_0^{3(1-x/4-y/2)} dz$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{45}{8}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1,\ V=4$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1,\ V=\frac{49}{8}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1,\ V=6$ од.^{3}

Q2.92. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^1 dx \int\limits_0^{4-4x} dy \int\limits_0^{3(1-x-y/4)} dz$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{1}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1,\ V=2$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{1}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1,\ V=3$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{1}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1,\ V=12$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{1}+\frac{y}{4}+\frac{z}{3}=1,\ V=13/6$ од.^{3}

Q2.93. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^1 dx\int\limits_0^{5-5x} dy\int\limits_0^{2(1-x-y/5)} dz$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{1}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1,\ V=5$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{1}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1,\ V=8/3$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{1}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1,\ V=5/3$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{1}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1,\ V=23/12$ од.^{3}

Q2.94. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^2 dx\int\limits_0^{3(1-x/2)} dy\int\limits_0^{5(1-x/2-y/3)} dz$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}=1,\ V=3$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}=1,\ V=5$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}=1,\ V=\frac{7}{2}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{5}=1,\ V=\frac{5}{4}$ од.^{3}

Q2.95. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^4 dx\int\limits_0^{2-x/2} dy\int\limits_0^{5(1-x/4-y/2)} dz$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{5}=1,\ V=\frac{15}{16}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1,\ V=\frac{14}{3}$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{5}+\frac{z}{2}=1,\ V=\frac{31}{6}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}+\frac{z}{5}=1,\ V=\frac{20}{3}$ од.^{3}

Q2.96. Якими площинами обмежена піраміда $OABC$, об'єм якої $V=\iiint\limits_{OABC} dxdydz=\int\limits_0^5 dx\int\limits_0^{4(1-x/5)} dy\int\limits_0^{1-x/5-y/4} dz$, чому дорівнює V?

V1. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{1}=1,\ V=\frac{10}{3}$ од.^{3}

V2. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{1}=1,\ V=\frac{22}{75}$ од.^{3}

V3. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{4}+\frac{y}{5}+\frac{z}{1}=1,\ V=\frac{8}{25}$ од.^{3}

V4. $x=0, y=0, z=0,\ \frac{x}{5}+\frac{y}{4}+\frac{z}{1}=1,\ V=\frac{7}{3}$ од.^{3}

3. Криволінійний інтеграл за довжиною (першого роду)

Q3.1. Як обчислюється за допомогою криволінійного інтеграла першого роду маса m матеріальної лінії L, якщо лінійна густина $\rho=\rho(x,y)$, а диференціал довжини дуги ds?

V1. $m=\int\limits_L ds$.

V2. $m=\int\limits_L x\cdot\rho(x,y)ds$.

V3. $m=\int\limits_L \rho(x,y)ds$.

V4. $m=\int\limits_L y\cdot\rho(x,y)ds$.

Q3.2. За якими формулами можна обчислити координати центра мас $C(x_c;y_c)$ матеріальної кривої L з лінійною густиною

$\rho=\rho(x,y)$ і масою m?

V1. $x_c=\dfrac{\int\limits_L y\rho(x,y)ds}{m}$, $y_c=\dfrac{\int\limits_L x\rho(x,y)ds}{m}$.

V2. $x_c=\dfrac{\int\limits_L x\rho(x,y)ds}{m}$, $y_c=\dfrac{\int\limits_L y\rho(x,y)ds}{m}$.

V3. $x_c=\dfrac{\int\limits_L x^2\rho(x,y)ds}{m}$, $y_c=\dfrac{\int\limits_L y^2\rho(x,y)ds}{m}$.

V4. $x_c=\dfrac{\int\limits_L xy\rho(x,y)ds}{m}$, $y_c=\dfrac{\int\limits_L \rho(x,y)ds}{m}$.

Q3.3. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB}=\int\limits_{AB}\rho\,ds=\int\limits_{t_1}^{t_2}\rho[x(t),y(t),z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2+[y'(t)]^2+[z'(t)]^2}\,dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x=2\cos t$, $y=2\sin t$, $z=2t$ від точки $A(2,0,0)$ до точки $B(2,0,4\pi)$, якщо густина $\rho=z$, а $t\in[0,2\pi]$.

V1. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi}2t\sqrt{8}dt=4\sqrt{2}\left.\dfrac{t^2}{2}\right|_0^{2\pi}=2\sqrt{2}(2\pi)^2$

V2. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi}2t\sqrt{12}dt=4\sqrt{3}\left.\dfrac{t^2}{2}\right|_0^{2\pi}=2\sqrt{3}(2\pi)^2$

V3. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi}2t\sqrt{32}dt=8\sqrt{2}\left.\dfrac{t^2}{2}\right|_0^{2\pi}=4\sqrt{2}(2\pi)^2$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} 2t\sqrt{2}dt = 2\sqrt{2}\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^{2\pi} = \sqrt{2}(2\pi)^2$

Q3.4. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\, ds = \int\limits_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = 3\cos t$, $y = 3\sin t$, $z = 3t$ від точки $A(3,0,0)$ до точки $B(3,0,6\pi)$, якщо густина $\rho = \sqrt{z}$, а $t \in [0, 2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2t}\,\sqrt{18}\, dt = 6\left.\frac{t^{3/2}}{3/2}\right|_0^{2\pi} = 4\sqrt{(2\pi)^3}$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2t}\,\sqrt{9}\, dt = 3\sqrt{2}\left.\frac{t^{2/3}}{2/3}\right|_0^{2\pi} = \frac{9\sqrt{2}}{2}\sqrt[3]{(2\pi)^2}$

V3. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{3t}\,\sqrt{18}\, dt = 6\left.\frac{t^{2/3}}{2/3}\right|_0^{2\pi} = 9\sqrt[3]{(2\pi)^2}$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{3t}\,\sqrt{18}\, dt = 3\sqrt{2}\,\sqrt{3}\left.\frac{t^{3/2}}{3/2}\right|_0^{2\pi} = 2\sqrt{6}\,\sqrt{(2\pi)^3}$

Q3.5. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\, ds = \int\limits_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = t$ від точки $A(1,0,0)$ до точки $B(1,0,2\pi)$, якщо густина $\rho = z^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} t^2\sqrt{4}\,dt = 2\left.\frac{t^3}{3}\right|_0^{2\pi} = \frac{2}{3}(2\pi)^3$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} t\sqrt{4}\,dt = 2\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^{2\pi} = (2\pi)^2$

V3. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} t^2\sqrt{2}\,dt = \sqrt{2}\left.\frac{t^3}{3}\right|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{3}(2\pi)^3$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{t}\,\sqrt{2}\,dt = \sqrt{2}\left.\frac{t^{3/2}}{3/2}\right|_0^{2\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{3}\sqrt{(2\pi)^3}$

Q3.6. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\,ds = \int\limits_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\,dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = 5\cos t$, $y = 5\sin t$, $z = 5t$ від точки $A(5,0,0)$ до точки $B(5,0,10\pi)$, якщо $\rho = \sqrt[3]{z}$, а $t \in [0, 2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt[3]{5t}\,\sqrt{25}\,dt = 5\sqrt[3]{5}\left.\frac{t^{4/3}}{4/3}\right|_0^{2\pi} = \frac{15\sqrt[3]{5}}{4}\sqrt[3]{(2\pi)^4}$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt[3]{5t}\,\sqrt{75}\,dt = 5\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{3}\left.\frac{t^{5/3}}{5/3}\right|_0^{2\pi} = 3\sqrt{3}\cdot\sqrt[3]{5}\,\sqrt[3]{(2\pi)^5}$

V3. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt[3]{5t}\cdot\sqrt{50}\,dt = 5\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt{2}\left.\frac{t^{5/3}}{5/3}\right|_0^{2\pi} = 3\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{5}\,\sqrt[3]{(2\pi)^5}$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt[3]{5t}\,\sqrt{50}\,dt = 5\sqrt[3]{5}\sqrt{2}\left.\frac{t^{4/3}}{4/3}\right|_0^{2\pi} = \frac{15\sqrt[3]{5}\sqrt{2}}{4}\sqrt[3]{(2\pi)^4}$

Q3.7. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho\, ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = 4\cos t$, $y = 4\sin t$, $z = 4t$ від точки $A(4,0,0)$ до точки $B(0,0,8\pi)$, якщо густина $\rho = z$, а $t \in [0, 2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 4t\sqrt{2}dt = 4\sqrt{2}\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^{2\pi} = 2\sqrt{2}(2\pi)^2$

V2. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 16\sqrt{2}t\, dt = 16\sqrt{2}\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^{2\pi} = 8\sqrt{2}(2\pi)^2$

V3. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 8t\sqrt{2}dt = 8\sqrt{2}\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^{2\pi} = 4\sqrt{2}(2\pi)^2$

V4. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 32t\sqrt{2}dt = 32\sqrt{2}\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^{2\pi} = 32\sqrt{2}(2\pi)^2$

Q3.8. Користуючись формулою зв’язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho\, ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = \sqrt{2}\cos t$, $y = \sqrt{2}\sin t$, $z = \sqrt{2}t$ від точки $A(\sqrt{2}, 0, 0)$ до точки $B(\sqrt{2}, 0, 2\sqrt{2}\pi)$, якщо густина $\rho = z^4$, а $t \in [0, 2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 4t^4 dt = 4\left.\frac{t^5}{5}\right|_0^{2\pi} = \frac{4}{5}(2\pi)^5$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} 2t^4 dt = 2\left.\frac{t^5}{5}\right|_0^{2\pi} = \frac{2}{5}(2\pi)^5$

V3. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} 8t^4 dt = 8\left.\frac{t^5}{5}\right|_0^{2\pi} = \frac{8}{5}(2\pi)^5$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2}t^4 dt = \sqrt{2}\left.\frac{t^5}{5}\right|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{5}(2\pi)^5$

Q3.9. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\, ds = \int\limits_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = \cos 2t$, $y = \sin 2t$, $z = 2t$ від точки $A(2,0,0)$ до точки $B(0,1,\pi/2)$, якщо густина $\rho = x$, а $t \in [0, \pi/4]$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/4} 2\sqrt{2}\cos 2t dt = \sqrt{2}\sin 2t\Big|_0^{\pi/4} = \sqrt{2}$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/4} 2\sqrt{2}\cos 2t dt = 2\sqrt{2}\sin 2t\Big|_0^{\pi/4} = 2\sqrt{2}$

V3. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/4} \sqrt{2}\cos 2t dt = \frac{1}{2}\sqrt{2}\sin 2t\Big|_0^{\pi/4} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/4} 4\cos 2t dt = 2\sin 2t\Big|_0^{\pi/4} = 2$

Q3.10. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\, ds = \int\limits_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = 2\cos(t/2)$, $y = 2\sin(t/2)$, $z = t$ від точки $A(2,0,0)$ до точки $B(2,0,2\pi)$, якщо густина $\rho = 2z^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} 2t^2 dt = \left.\frac{2t^3}{3}\right|_0^{2\pi} = \frac{2(2\pi)^3}{3}$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} 4t^2 dt = \left.\frac{4t^3}{3}\right|_0^{2\pi} = \frac{4(2\pi)^3}{3}$

V3. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} t^2 dt = \left.\frac{t^3}{3}\right|_0^{2\pi} = \frac{(2\pi)^3}{3}$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} 2\sqrt{2}t^2 dt = 2\sqrt{2}\left.\frac{t^3}{3}\right|_0^{2\pi} = \frac{2\sqrt{2}}{3}(2\pi)^3$

Q3.11. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\, ds = \int\limits_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = \sqrt{2}\cos t$, $y = \sqrt{2}\sin t$, $z = \sqrt{2}t$ від точки $A(2,0,0)$ до точки $B(\sqrt{2}, 0, 2\pi\sqrt{2})$, якщо густина $\rho = z^3$, а $t \in [0, 2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} 2\sqrt{2}t^3 dt = 2\sqrt{2}\left.\frac{t^4}{4}\right|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2}(2\pi)^4$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{2}t^3 dt = \sqrt{2}\left.\frac{t^4}{4}\right|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{4}(2\pi)^4$

V3. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sqrt{32} t^3 dt = \sqrt{32} \left. \frac{t^4}{4} \right|_0^{2\pi} = \sqrt{2}(2\pi)^4$

V4. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2\sqrt{2} t^3 dt = 2\sqrt{2} \left. \frac{t^4}{4} \right|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{2}}{2}(2\pi)^4$

Q3.12. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho\, ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \sqrt{2}t$, $y = \sin t + \cos t$, $z = \cos t - \sin t$ від точки $A(0,1,1)$ до точки $B\left(\pi\sqrt{2}/2, 1, -1\right)$, якщо густина $\rho = y$, а $t \in [0, \pi/2]$.

V1. $M_{AB} = \int_0^{\pi/2} 2(\sin t + \cos t) dt = 2(\sin t - \cos t) \Big|_0^{\pi/2} = 4$

V2. $M_{AB} = \int_0^{\pi/2} 2(\sin t + \cos t) dt = 2(-\sin t + \cos t) \Big|_0^{\pi/2} = 2$

V3. $M_{AB} = \int_0^{\pi/2} (\sin t + \cos t) dt = (\sin t - \cos t) \Big|_0^{\pi/2} = 2$

V4. $M_{AB} = \int_0^{\pi/2} 4(\sin t + \cos t) dt = 4(\sin t + \cos t) \Big|_0^{\pi/2} = 8$

Q3.13. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho\, ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної гвинтової лінії

$L: x=\frac{1}{3}\cos 3t$, $y=\frac{1}{3}\sin 3t$, $z=t\sqrt{3}$ від точки $A(2,0,0)$ до точки $B(2,0,2\sqrt{3}\pi)$, якщо густина $\rho = z\sqrt{3}$, а $t\in[0,2\pi]$.

V1. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi}\sqrt{3}tdt=\sqrt{3}\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^{2\pi}=\frac{\sqrt{3}}{2}(2\pi)^2$

V2. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi}3tdt=3\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^{2\pi}=\frac{3(2\pi)^2}{2}$

V3. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi}2\sqrt{3}tdt=2\sqrt{3}\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^{2\pi}=\sqrt{3}(2\pi)^2$

V4. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi}6tdt=6\left.\frac{t^2}{2}\right|_0^{2\pi}=3(2\pi)^2$

Q3.14. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB}=\int\limits_{AB}\rho\, ds=\int\limits_{t_1}^{t_2}\rho[x(t),y(t),z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2+[y'(t)]^2+[z'(t)]^2}\,dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x=4\cos(t/2)$, $y=4\sin(t/2)$, $z=4t$ від точки $A(4{,}0{,}0)$ до точки $B(0,4,4\pi)$, якщо густина $\rho=y$, а $t\in[0,\pi]$.

V1. $M_{AB}=\int\limits_0^{\pi}\sqrt{5}\sin\frac{t}{2}dt=-2\sqrt{5}cos\left.\frac{t}{2}\right|_0^{\pi}=2\sqrt{5}$

V2. $M_{AB}=\int\limits_0^{\pi}3\sqrt{5}\sin\frac{t}{2}dt=3\sqrt{5}cos\left.\frac{t}{2}\right|_0^{\pi}=3\sqrt{5}$

V3. $M_{AB}=\int\limits_0^{\pi}8\sqrt{5}\sin\frac{t}{2}dt=16\sqrt{5}cos\left.\frac{t}{2}\right|_{\pi}^{0}=16\sqrt{5}$

V4. $M_{AB}=\int\limits_0^{\pi}6\sqrt{5}\sin\frac{t}{2}dt=6\sqrt{5}cos\frac{t}{2}\Big|_0^{\pi}=6\sqrt{5}$

Q3.15. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB}=\int\limits_{AB}\rho\,ds=\int\limits_{t_1}^{t_2}\rho[x(t),y(t),z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2+[y'(t)]^2+[z'(t)]^2}\,dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x=\cos t$, $y=\sin t$, $z=t\sqrt{3}$ від точки $A(1,0,0)$ до точки $B(1,0,2\pi\sqrt{3})$, якщо густина $\rho=z^2+x^2+y^2$, а $t\in[0,2\pi]$.

V1. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi}2t^2dt=\frac{2t^3}{3}\Big|_0^{2\pi}=\frac{2}{3}(2\pi)^3$

V2. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi}2(3t^2+1)dt=(2t+\frac{6t^3}{3})\Big|_0^{2\pi}=4\pi+2(2\pi)^3$

V3. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi}2(t^2+1)dt=(2t+\frac{2t^3}{3})\Big|_0^{2\pi}=2\pi+\frac{2}{3}(2\pi)^3$

V4. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi}2(3t+1)dt=(2t+\frac{6t^2}{2})\Big|_0^{2\pi}=2\pi+3(2\pi)^3$

Q3.16. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB}=\int\limits_{AB}\rho\,ds=\int\limits_{t_1}^{t_2}\rho[x(t),y(t),z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2+[y'(t)]^2+[z'(t)]^2}\,dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x=\cos^2 t$, $y=\sin^2 t$, $z=(1/2)\cos 2t$ від точки $A(1,0,1/2)$ до точки $B(1/2,\,1/2,0)$, якщо густина $\rho=z$, а $t\in[0,\pi/4]$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/4} \frac{1}{2}\cos 2t dt = \frac{1}{4}\sin 2t\Big|_0^{\pi/4} = \frac{1}{8}$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/4} \frac{1}{4}\sin 4t dt = \frac{1}{16} cos4t\Big|_0^{\pi/4} = \frac{1}{16}$

V3. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/4} \frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2t dt = -\frac{\sqrt{2}}{4}\cos 2t\Big|_0^{\pi/4} = \frac{\sqrt{2}}{8}$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/4} \frac{\sqrt{3}}{4}\sin 4t dt = -\frac{\sqrt{3}}{16}\cos 4t\Big|_0^{\pi/4} = \frac{\sqrt{3}}{8}$

Q3.17. Користуючись формулою зв’язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\, ds = \int\limits_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \cos 3t$, $y = \sin 3t$, $z = 3t$ від точки $A(1,0,0)$ до точки $B(1, 0, 6\pi)$, якщо густина $\rho = \sqrt{z}$, а $t \in [0, 2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} 4\sqrt{t} dt = \frac{8}{3} t^{3/2}\Big|_0^{2\pi} = \frac{16}{3}\pi\sqrt{2\pi}$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} 9\sqrt{t} dt = 9t^{3/2}\Big|_0^{2\pi} = 9(2\pi)^{3/2}$

V3. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} 3\sqrt{6t} dt = 2\sqrt{6}t^{3/2}\Big|_0^{2\pi} = 4\pi\sqrt{12\pi}$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{t} dt = \frac{2}{3} t^{3/2}\Big|_0^{2\pi} = \frac{4}{3}\pi\sqrt{2\pi}$

Q3.18. Користуючись формулою зв’язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\, ds = \int\limits_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} одного витка AB неоднорідної гвинтової лінії $L: x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = 3t$ від точки $A(1,0,0)$ до точки $B(1, 0, 6\pi)$, якщо густина $\rho = x^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \sqrt{5}\int\limits_0^{2\pi} \cos^2 t dt = \left(\dfrac{\sqrt{5}}{4}\sin 2t + \dfrac{\sqrt{5}t}{2}\right)\Bigg|_0^{2\pi} = 2\pi\sqrt{5}$

V2. $M_{AB} = \sqrt{10}\int\limits_0^{2\pi} \cos^2 t dt = \left(\dfrac{\sqrt{10}}{4}\sin 2t + \dfrac{\sqrt{10}t}{2}\right)\Bigg|_0^{2\pi} = \pi\sqrt{10}$

V3. $M_{AB} = \sqrt{8}\int\limits_0^{2\pi} \cos^2 t dt = \left(\dfrac{\sqrt{8}}{4}\cos 2t + \dfrac{\sqrt{8}t}{4}\right)\Bigg|_0^{2\pi} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} + \pi\sqrt{8}$

V4. $M_{AB} = \sqrt{3}\int\limits_0^{2\pi} \cos^2 t dt = (\sqrt{3}\sin^2 t)\Big|_0^{2\pi} = \pi\sqrt{3}$

Q3.19. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\, ds = \int\limits_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \cos t$, $y = \sin t$, $z = t^2$ від точки $A(1,0,0)$ до точки $B(1, 0, 4\pi^2)$, якщо густина $\rho = 2\sqrt{z}$, а $t \in [0, 2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} t\sqrt{1+t^2}\, dt = \dfrac{2(t^2+1)^{3/2}}{3}\Bigg|_0^{2\pi} = \dfrac{2(1+4\pi^2)^{3/2}}{3}$

V2. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2t\sqrt{1+4t^2}\,dt = \left.\frac{(4t^2+1)^{3/4}}{6}\right|_0^{2\pi} = \frac{(1+16\pi^2)^{3/4}-1}{6}$

V3. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2t\sqrt{1+4t^2}\,dt = \left.\frac{(4t^2+1)^{3/2}}{6}\right|_0^{2\pi} = \frac{(1+16\pi^2)^{3/2}-1}{6}$

V4. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2t\sqrt{1+4t^2}\,dt = \left.\frac{(4t^2+1)^{1/2}}{2}\right|_0^{2\pi} = \frac{(1+16\pi^2)^{1/2}}{2}$

Q3.20. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho\, ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\,dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \cos(t/4),\ y = \sin(t/4),\ z = t/4$ від точки $A(4,0,0)$ до точки $B(0,0,\pi/2)$, якщо густина $\rho = y^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{t}{4}\,dt = \left.\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\cos\frac{t}{2} + \frac{t}{4\sqrt{2}}\right)\right|_0^{2\pi} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}$

V2. $M_{AB} = \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{t}{4}\,dt = \left.\frac{1}{4}\cos^2\frac{t}{4}\right|_0^{2\pi} = \frac{1}{4}$

V3. $M_{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} \int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{t}{4}\,dt = \left.\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos\frac{t}{2} + \frac{t}{2}\right)\right|_0^{2\pi} = \frac{1}{\sqrt{2}}\pi$

V4. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} \sin^2 \frac{t}{4}\,dt = \left.2\sin\frac{t}{4}\right|_0^{2\pi} = 2$

Q3.21. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho \, ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} \, dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \cos^2 2t,\ y = \sin^2 2t,\ z = \cos 4t$ від точки $A(1,0,1)$ до точки $B(0,1,-1)$, якщо густина $\rho = x + y$, а $t \in [0, \pi/4]$.

V1. $M_{AB} = \sqrt{6} \int_0^{\pi/4} (\sin^2 2t - \cos^2 2t) dt = \sqrt{6} \cos 4t \Big|_0^{\pi/4} = 2\sqrt{6}$

V2. $M_{AB} = \sqrt{24} \int_0^{\pi/4} \sin 4t dt = -\frac{1}{2} \sqrt{6} \cos 4t \Big|_0^{\pi/4} = \sqrt{6}$

V3. $M_{AB} = \int_0^{\pi/4} (\sin^2 2t + \cos^2 2t) \sin 2t dt = -\sqrt{2} \cos 2t \Big|_0^{\pi/4} = 2\sqrt{2}$

V4. $M_{AB} = 8 \int_0^{\pi/4} \sin 4t dt = -2 \cos 4t \Big|_0^{\pi/4} = 2$

Q3.22. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho \, ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)] \sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2} \, dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = (1/2)\cos t^2,\ y = (1/2)\sin t^2,\ z = t^2$ від точки $A(4,0,0)$ до точки $B\left((1/2)\cos 4\pi^2, (1/2)\sin 4\pi^2, 4\pi^2\right)$, якщо густина $\rho = 2z^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 3\sqrt{5} t^2 dt = \frac{3\sqrt{5} t^3}{3} \Big|_0^{2\pi} = \sqrt{5}(2\pi)^3$

V2. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 12t^3 dt = \left.\frac{12t^4}{4}\right|_0^{2\pi} = 12(\pi)^4$

V3. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 15t^2 dt = \left.\frac{15t^3}{3}\right|_0^{2\pi} = 40(\pi)^4$

V4. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 2\sqrt{5}t^5 dt = \left.\frac{2\sqrt{5}t^{64}}{6}\right|_0^{2\pi} = \frac{\sqrt{5}}{3}(2\pi)^6$

Q3.23. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho\, ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = 2\sin 3t,\ y = 2\cos 3t,\ z = 8t$ від точки $A(0,2,0)$ до точки $B(0,2,16\pi)$, якщо густина $\rho = x^2$, а $t \in [0, 2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 40\sin^2 3t dt = \left.(20t + \frac{10}{3}\sin 6t)\right|_0^{2\pi} = 40\pi$

V2. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 10(1-\cos 6t) dt = \left.\frac{5}{3}(\sin 6t + t)\right|_0^{2\pi} = \frac{10}{3}\pi$

V3. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 10\sin^2 3t dt = \left.(10t + \frac{10}{3}\sin 6t)\right|_0^{2\pi} = 20\pi$

V4. $M_{AB} = \int_0^{2\pi} 40(1+\sin 6t) dt = \left.(10t + \frac{20}{3}\cos 6t)\right|_0^{2\pi} = 20\pi$

Q3.24. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho\, ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x=\cos 2t,\ y=\sin 2t,\ z=5t$ від точки $A(1,0,0)$ до точки $B(1,0,10\pi)$, якщо густина $\rho = x^2$, а $t\in[0,2\pi]$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} 3cos^2 2tdt = \frac{3}{2}\sin^2 2t\Big|_0^{2\pi} = 0$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{29}\cos^2 2tdt = (\frac{\sqrt{29}}{2}t + \frac{\sqrt{29}}{8}\sin 4t)\Big|_0^{2\pi} = \pi\sqrt{29}$

V3. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} 4\cos^2 2tdt = (\frac{1}{2}t + \frac{1}{4}\sin 2t)\Big|_0^{2\pi} = \pi$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{2\pi} \sqrt{29}\cos^2 2tdt = (\frac{\sqrt{29}}{2}t - \frac{\sqrt{29}}{8}\sin 4t)\Big|_0^{2\pi} = \pi\sqrt{29}$

Q3.25. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\, ds = \int\limits_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x=\cos 4t,\ y=\cos^2 2t,\ z=\sin^2 2t$ від точки $A(1,1,0)$ до точки $B(0,1/2,1/2)$, якщо густина $\rho = y - z$, а $t\in[0,\pi/8]$.

V1. $M_{AB} = 2\sqrt{6}\int\limits_0^{\pi/8} \sin 4t(\cos^2 2t - \sin^2 2t)dt = \frac{\sqrt{6}}{2}\cos 2t\Big|_0^{\pi/8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

V2. $M_{AB} = 3\sqrt{3}\int\limits_0^{\pi/8} (\cos^2 2t - \sin^2 2t)dt = \frac{3\sqrt{3}}{4}\cos 4t\Big|_0^{\pi/8} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$

V3. $M_{AB} = 2\sqrt{6}\int_0^{\pi/8} \sin 4t(\cos^2 2t - \sin^2 2t)dt = -\frac{\sqrt{6}}{8}\cos 8t\Big|_0^{\pi/8} = \frac{\sqrt{6}}{4}$

V4. $M_{AB} = 2\sqrt{3}\int_0^{\pi/8} (\cos^2 2t - \sin^2 2t)dt = \frac{2\sqrt{3}}{2}\cos 2t\Big|_0^{\pi/8} = \frac{\sqrt{6}}{2}$

Q3.26. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho\, ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = t^2,\ y = t,\ z = t + 4$ від точки $A(0,0,4)$ до точки $B(1,1,5)$, якщо густина $\rho = y\sqrt{2}$, а $t \in [0,1]$.

V1. $M_{AB} = \int_0^1 2t\sqrt{1 + 2t^2}\,dt = \frac{\sqrt{(2t^2+1)^3}}{3}\Big|_0^1 = \frac{3\sqrt{3} - 1}{3}$

V2. $M_{AB} = \int_0^1 2t\sqrt{2 + 4t^2}\,dt = \frac{\sqrt{(4t^2+2)^3}}{3}\Big|_0^1 = \frac{6\sqrt{6} - 2\sqrt{2}}{3}$

V3. $M_{AB} = \int_0^1 \sqrt{2}t\sqrt{2 + 4t^2}\,dt = \frac{\sqrt{2}\sqrt{(4t^2+2)^3}}{16}\Big|_0^1 = \frac{3\sqrt{3} - 1}{4}$

V4. $M_{AB} = \int_0^1 \sqrt{2}t\sqrt{1 + 2t^2}\,dt = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{(2t^2+1)^3}}{12}\Big|_0^1 = \frac{3\sqrt{6} - \sqrt{2}}{6}$

Q3.27. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho\, ds = \int_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\, dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії

$L: x=e^{2t}+1,\ y=e^{2t}/2,\ z=e^{2t}-3$ від точки $A(2,1/2,-2)$ до точки $B(e+1, e/2, e-3)$, якщо густина $\rho = y$, а $t\in[0,1]$.

V1. $M_{AB}=\int\limits_0^1 \frac{3}{2}e^{3t}dt=\left.\frac{e^{3t}}{2}\right|_0^1=\frac{e^3-1}{2}$

V2. $M_{AB}=\int\limits_0^1 \frac{3}{2}e^{2t}dt=\left.\frac{3e^{2t}}{4}\right|_0^1=\frac{3e^2-3}{4}$

V3. $M_{AB}=\int\limits_0^1 \frac{1}{2}e^{t}dt=\left.\frac{e^{t}}{2}\right|_0^1=\frac{e-1}{2}$

V4. $M_{AB}=\int\limits_0^1 \frac{3}{2}e^{4t}dt=\left.\frac{3e^{4t}}{8}\right|_0^1=\frac{3e^4-3}{8}$

Q3.28. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB}=\int\limits_{AB}\rho\, ds=\int\limits_{t_1}^{t_2}\rho[x(t),y(t),z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2+[y'(t)]^2+[z'(t)]^2}\,dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x=2t+1,\ y=3t-2,\ z=t\sqrt{3}$ від точки $A(1,-2,0)$ до точки $B(3,1,\sqrt{3})$, якщо густина $\rho = x^2$, а $t\in[0,1]$.

V1. $M_{AB}=\int\limits_0^1 4(2t+1)^2dt=\left.\frac{4}{3}(2t+1)^3\right|_0^1=\frac{104}{3}$

V2. $M_{AB}=\int\limits_0^1 2(2t+1)^2dt=\left.2(\frac{4t^3}{3}+t^2+t)\right|_0^1=\frac{11}{3}$

V3. $M_{AB}=\int\limits_0^1 4(2t+1)^2dt=\left.\frac{2}{3}(2t+1)^3\right|_0^1=\frac{52}{3}$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^1 4(2t+1)^2\,dt = 4\left.\frac{2t^3+1}{3}\right|_0^1 = \frac{16}{3}$

Q3.29. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\,ds = \int\limits_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\,dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = \sin 2t,\ y = \cos 2t,\ z = 3$ від точки $A(0,1,3)$ до точки $B(1,0,3)$, якщо густина $\rho = z + x^2 + y^2$, а $t \in [0, \pi/2]$.

V1. $M_{AB} = 2\int\limits_0^{\pi/2} (\cos^2 2t + \sin^2 2t + 3)dt = 8t\Big|_0^{\pi/2} = 4\pi$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} (\cos^2 2t + \sin^2 2t + 3)dt = 4t\Big|_0^{\pi/2} = 2\pi$

V3. $M_{AB} = 2\int\limits_0^{\pi/2} (\cos^2 2t + \sin^2 2t + 3)dt = 6t\Big|_0^{\pi/2} = 3\pi$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} (\cos^2 2t + \sin^2 2t + 3)dt = 3t\Big|_0^{\pi/2} = \frac{3}{2}\pi$

Q3.30. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\,ds = \int\limits_{t_1}^{t_2} \rho[x(t), y(t), z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2 + [y'(t)]^2 + [z'(t)]^2}\,dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x = t+3,\ y = 2t^2,\ z = 2t$ від точки $A(3,0,0)$ до точки $B(4,2,2)$, якщо густина $\rho = z$, а $t \in [0,1]$.

V1. $M_{AB}=\int\limits_0^1 2t\sqrt{5+16t^2}\,dt=\left.\frac{\sqrt{(4t^2+2)^3}}{16}\right|_0^1=\frac{6\sqrt{6}-2\sqrt{2}}{16}$

V2. $M_{AB}=\int\limits_0^1 2t\sqrt{5+16t^2}\,dt=\left.\frac{\sqrt{(16t^2+5)^3}}{24}\right|_0^1=\frac{21\sqrt{21}-5\sqrt{5}}{24}$

V3. $M_{AB}=\int\limits_0^1 t\sqrt{5+16t^2}\,dt=\left.\frac{\sqrt{(16t^2+5)^3}}{8}\right|_0^1=\frac{3\sqrt{6}-\sqrt{2}}{8}$

V4. $M_{AB}=\int\limits_0^1 2t\sqrt{6+16t^2}\,dt=\left.\frac{\sqrt{(16t^2+6)^3}}{32}\right|_0^1=\frac{10\sqrt{10}-6\sqrt{6}}{32}$

Q3.31. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB}=\int\limits_{AB}\rho\,ds=\int\limits_{t_1}^{t_2}\rho[x(t),y(t),z(t)]\sqrt{[x'(t)]^2+[y'(t)]^2+[z'(t)]^2}\,dt,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: x=\sin 2t,\ y=\cos 2t,\ z=2\sqrt{t}$ від точки $A(0,1,0)$ до точки $B\left(0,1,2\sqrt{2\pi}\right)$, якщо густина $\rho=z$, а $t\in[0,2\pi]$.

V1. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi} 4t\sqrt{1+4t^2}\,dt=\left.\frac{2\sqrt{(4t^2+1)^3}}{3}\right|_0^{2\pi}=\frac{2\sqrt{(8\pi^2+1)^3}-2}{3}$

V2. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi} 2\sqrt{1+4t}\,dt=\left.\frac{\sqrt{(4t+1)^3}}{3}\right|_0^{2\pi}=\frac{\sqrt{(8\pi+1)^3}-1}{3}$

V3. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi} 2\sqrt{1+t}\,dt=\left.\frac{4\sqrt{(t+1)^3}}{3}\right|_0^{2\pi}=\frac{4\sqrt{(2\pi+1)^3}-4}{3}$

V4. $M_{AB}=\int\limits_0^{2\pi} 2\sqrt{1+2t}\,dt=\left.\frac{2\sqrt{(2t+1)^3}}{3}\right|_0^{2\pi}=\frac{2\sqrt{(4\pi+1)^3}-2}{3}$

Q3.32. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho\, ds = \int_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)]\sqrt{1+[y'(x)]^2}\, dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y = \ln x$ від точки $A(1,0)$ до точки $B(e,1)$, якщо густина $\rho = 1\big/\sqrt{y(1+x^2)}$.

V1. $M_{AB} = \int_1^e \frac{1}{\sqrt{\ln x \cdot (1+x^2)}} \cdot \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} dx = 2\sqrt{\ln x}\Big|_1^e = 2$

V2. $M_{AB} = \int_1^e \frac{1}{\sqrt{\ln x \cdot (1+x^2)}} \cdot \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} dx = \left(2\sqrt{\ln x} + x\right)\Big|_1^e = e+1$

V3. $M_{AB} = \int_1^e \frac{1}{\sqrt{\ln x \cdot (1+x^2)}} \cdot \frac{1+x^2}{x} dx = \left(2x + \ln x\right)\Big|_1^e = 2e-1$

V4. $M_{AB} = \int_1^e \frac{1}{\sqrt{\ln x \cdot (1+x^2)}} dx = \left(x - \sqrt{\ln x}\right)\Big|_1^e = e-2$

Q3.33. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho\, ds = \int_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)]\sqrt{1+[y'(x)]^2}\, dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y = \ln tg\, x$ від точки $A(\pi/4, 0)$ до точки $B(\pi/3, (1/2)\ln 3)$, якщо густина $\rho = \cos 2x\big/\sqrt{\sin^2 2x + 4}$.

V1. $M_{AB} = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin^2 2x + 4}} \cdot \frac{\sqrt{\sin^2 2x + 4}}{\sin^2 2x} dx =$

$$= -\left(1 / (2\sin 2x)\right)\Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = 1/2 - 1/\sqrt{3}$$

V2. $$M_{AB} = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin^2 2x + 4}} \cdot \frac{\sin^2 2x + 4}{\sin 2x}\, dx =$$

$$= 2\sqrt{\sin^2 2x + 4}\,\Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = \sqrt{19} - 2\sqrt{5}$$

V3. $$M_{AB} = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin^2 2x + 4}} \cdot \sqrt{\sin^2 2x + 4}\, dx =$$

$$= (1/2)\sin 2x\Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = (1/4)\sqrt{3} - 1/2$$

V4. $$M_{AB} = \int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos 2x}{\sqrt{\sin^2 2x + 4}} \cdot \frac{\sqrt{\sin^2 2x + 4}}{\sin 2x}\, dx =$$

$$= (1/2)\ln\sin 2x\Big|_{\pi/4}^{\pi/3} = (1/4)\ln 3 - (1/2)\ln 2$$

Q3.34. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int_{AB} \rho\, ds = \int_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)]\sqrt{1 + [y'(x)]^2}\, dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L:\ y = \ln\left(e^x + e^{-x}\right)$ від точки $A(0, \ln 2)$ до точки $B\left(1, e + e^{-1}\right)$, якщо густина $\rho = 1/\sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}$.

V1. $$M_{AB} = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}} \cdot \frac{\sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}}{e^x - e^{-x}}\, dx =$$

$$= arctg\, e^{-x}\,\Big|_0^1 = arctg\, e^{-1} - \pi/4$$

V2. $$M_{AB} = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{e^{2x} + e^{-2x}}} \cdot \frac{\sqrt{2\left(e^{2x} + e^{-2x}\right)}}{e^x + e^{-x}}\, dx =$$

$$=\sqrt{2}\,arctg\,e^x\Big|_0^1=\sqrt{2}\left(arctg\,e-\pi/4\right)$$

V3. $M_{AB}=\int\limits_0^1\frac{1}{\sqrt{e^{2x}+e^{-2x}}}\cdot\frac{\sqrt{2\left(e^{2x}+e^{-2x}\right)}}{\left(e^x+e^{-x}\right)^2}dx=$

$$=-\sqrt{2}\left(e^x+e^{-x}\right)\Big|_0^1=-\sqrt{2}\left(e+e^{-1}-2\right)$$

V4. $M_{AB}=\int\limits_0^1\frac{1}{\sqrt{e^{2x}+e^{-2x}}}\cdot\sqrt{2\left(e^{2x}+e^{-2x}\right)}dx=\sqrt{2}\,x\Big|_0^1=\sqrt{2}$

Q3.35. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB}=\int\limits_{AB}\rho\,ds=\int\limits_{x_1}^{x_2}\rho[x,y(x)]\sqrt{1+[y'(x)]^2}\,dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y=-\ln ctg\,x$ від точки $A(\pi/4,0)$ до точки $B(\pi/3,(1/2)\ln 3)$, якщо густина $\rho=ctg2x\big/\sqrt{\sin^2 2x+4}$.

V1. $M_{AB}=\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3}\frac{ctg2x}{\sqrt{\sin^2 2x+4}}\cdot\sqrt{\sin^2 2x+4}\,dx=$

$$=-(1/2)\ln\sin 2x\Big|_{\pi/4}^{\pi/3}=-(1/2)\ln\left(\sqrt{3}/2\right)$$

V2. $M_{AB}=\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3}\frac{ctg2x}{\sqrt{\sin^2 2x+4}}\cdot\frac{\sin^2 2x}{\sqrt{\sin^2 2x+4}}dx=$

$$=(1/4)\ln\left(\sin^2 2x+4\right)\Big|_{\pi/4}^{\pi/3}=(1/4)\ln(19/20)$$

V3. $M_{AB}=\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3}\frac{ctg2x}{\sqrt{\sin^2 2x+4}}\cdot\frac{\sqrt{\sin^2 2x+4}}{\cos 2x}dx=$

$$=(1/2)\ln tg\,x\Big|_{\pi/4}^{\pi/3}=(1/4)\ln 3$$

V4. $M_{AB}=\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3}\frac{ctg2x}{\sqrt{\sin^2 2x+4}}\cdot\frac{\sqrt{\sin^2 2x+4}}{\sin 2x}dx=$

$=-\left(1/(2\sin 2x)\right)\Big|_{\pi/4}^{\pi/3}=1/2-1/\sqrt{3}$

Q3.36. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB}=\int\limits_{AB}\rho\,ds=\int\limits_{x_1}^{x_2}\rho[x,y(x)]\sqrt{1+[y'(x)]^2}\,dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y=x^3/3$ від точки $A(1,1/3)$ до точки $B(3,9)$, якщо густина $\rho=y\sqrt{1+x^4}/x^5$.

V1. $M_{AB}=\int\limits_1^3\frac{x^3\sqrt{1+x^4}}{3x^5}\cdot\sqrt{1+x^4}dx=\frac{1}{3}\left(-\frac{1}{x}+\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^3=\frac{10}{3}$

V2. $M_{AB}=\int\limits_1^3\frac{x^3\sqrt{1+x^4}}{3x^5}\cdot\sqrt{1+x^4}dx=\frac{1}{3}\left(-x+\frac{x^3}{3}\right)\Big|_1^3=\frac{20}{9}$

V3. $M_{AB}=\int\limits_1^3\frac{x^3\sqrt{1+x^4}}{3x^5}\cdot\frac{dx}{\sqrt{1+x^4}}=\frac{x^3}{9}\Big|_1^3=\frac{26}{9}$

V4. $M_{AB}=\int\limits_1^3\frac{x^3\sqrt{1+x^4}}{3x^5}dx=\frac{2}{3}\sqrt{1+x^4}\Big|_1^3=\frac{2}{3}\left(\sqrt{82}-\sqrt{2}\right)$

Q3.37. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB}=\int\limits_{AB}\rho\,ds=\int\limits_{x_1}^{x_2}\rho[x,y(x)]\sqrt{1+[y'(x)]^2}\,dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії

$L: y = \sin^2 x$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(\pi/2, 1)$, якщо густина $\rho = y \Big/ \sqrt{\sin^2 2x + 1}$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{\sin^2 2x + 1}} \cdot \frac{\sqrt{\sin^2 2x + 1}}{\sin 2x} dx =$

$= -(1/2) \ln \cos 8x \Big|_0^{\pi/2} = -(1/2) \ln \left(\sqrt{2}/2 \right)$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{\sin^2 2x + 1}} \cdot \sin 2x \sqrt{\sin^2 2x + 1}\, dx =$

$= (2/3) \sin^3 x \Big|_0^{\pi/2} = 2/3$

V3. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{\sin^2 2x + 1}} \cdot \sqrt{\sin^2 2x + 1}\, dx =$

$= (1/2)\left(x - (1/2) \sin 2x \right)\Big|_0^{\pi/2} = \pi/4$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{\sqrt{\sin^2 2x + 1}} \cdot \frac{\sqrt{\sin^2 2x + 1}}{\cos x} dx = -\cos x \Big|_0^{\pi/2} = 1$

Q3.38. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\, ds = \int\limits_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)] \sqrt{1 + [y'(x)]^2}\, dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y = \cos^2 x$ від точки $A(0,1)$ до точки $B(\pi/2, 0)$, якщо густина $\rho = \sqrt{y} \sin^3 x \Big/ \sqrt{\sin^2 2x + 1}$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{\cos x \sin^3 x}{\sqrt{\sin^2 2x + 1}} \cdot \sin 2x \sqrt{\sin^2 2x + 1}\, dx =$

$$= -(1/4)\cos^4 x\Big|_0^{\pi/2} = 1/4$$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} \dfrac{\cos x\,\sin^3 x}{\sqrt{\sin^2 2x+1}} \cdot \sqrt{\sin^2 2x+1}\,dx =$

$$= (1/4)\sin^4 x\Big|_0^{\pi/2} = 1/4$$

V3. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} \dfrac{\cos x\,\sin^3 x}{\sqrt{\sin^2 2x+1}} \cdot \dfrac{\sqrt{\sin^2 2x+1}}{\sin 2x}\,dx =$

$$= \big((1/2)\,x - (1/4)\sin 2x\big)\Big|_0^{\pi/2} = \pi/4$$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} \dfrac{\cos x\,\sin^3 x}{\sqrt{\sin^2 2x+1}}\,dx =$

$$= \left((1/4)\sqrt{\sin^2 2x+1} - (1/8)\cos 2x\right)\Big|_0^{\pi/2} = 1/4$$

Q3.39. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\,ds = \int\limits_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)]\sqrt{1+[y'(x)]^2}\,dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y = \ln(1+\cos x)$ від точки $A(0, \ln 2)$ до точки $B(\pi/2, 0)$, якщо густина $\rho = \sin(x/2)$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} \sin(x/2) \cdot \dfrac{2\sin(x/2)}{1+\cos x}\,dx =$

$$= (tg\,(x/2) - x)\Big|_0^{\pi/2} = 29/3$$

V2. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} \sin(x/2) \cdot \dfrac{\cos(x/2)}{1+\cos x}\,dx =$

$$= -(1/2)\ln(1+\cos x)\Big|_0^{\pi/2} = (1/2)\ln 2$$

V3. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} \sin(x/2) \cdot \dfrac{2\sin(x/2)}{1-\cos x}\, dx =$

$$= (x - \sin x)\Big|_0^{\pi/2} = \pi/2 - 1$$

V4. $M_{AB} = \int\limits_0^{\pi/2} \sin(x/2) \cdot \dfrac{2\cos(x/2)}{1+\cos x}\, dx =$

$$= -\ln(1+\cos x)\Big|_0^{\pi/2} = \ln 2$$

Q3.40. Користуючись формулою зв'язку між криволінійним інтегралом за довжиною і визначеним інтегралом

$$M_{AB} = \int\limits_{AB} \rho\, ds = \int\limits_{x_1}^{x_2} \rho[x, y(x)]\sqrt{1+[y'(x)]^2}\, dx,$$

обчислити масу M_{AB} дуги AB неоднорідної лінії $L: y = \ln(1-\cos x)$ від точки $A(\pi/3, -\ln 2)$ до точки $B(\pi/2, 0)$, якщо густина $\rho = y\cos(x/2)$.

V1. $M_{AB} = \int\limits_{\pi/3}^{\pi/2} \ln(1-\cos x) \cdot \cos(x/2) \cdot \dfrac{2\sin(x/2)}{1-\cos x}\, dx =$

$$= (1/2)\ln^2(1-\cos x)\Big|_{\pi/3}^{\pi/2} = -(1/2)\ln^2 2$$

V2. $M_{AB} = \int\limits_{\pi/3}^{\pi/2} \ln(1-\cos x) \cdot \cos(x/2)\, dx = -\big(\ln(1-\cos x) \times$

$$\times \sin x\big)\Big|_{\pi/3}^{\pi/2} + (1/4)\cos(x/2)\Big|_{\pi/3}^{\pi/2} = \left(\sqrt{3}/2\right)\ln 2 + \sqrt{2}/8 - \sqrt{3}/8$$

V3. $M_{AB} = \int\limits_{\pi/3}^{\pi/2} \ln(1-\cos x) \cdot \cos(x/2) \cdot \dfrac{2\sin(x/2)}{1-\cos x}\, dx =$

$$=\left(\ln(1-\cos x)-\cos x\right)\Big|_{\pi/3}^{\pi/2}=-\ln 2+1/2$$

V4. $$M_{AB}=\int_{\pi/3}^{\pi/2}\ln(1-\cos x)\cdot\cos(x/2)\cdot\frac{2\cos(x/2)}{1-\cos x}dx=$$

$$=\left((1/2)\ln(1-\cos x)-\sin x\right)\Big|_{\pi/3}^{\pi/2}=(1/2)\ln 2-1+\sqrt{3}/2$$

4. Криволінійний інтеграл за координатами (другого роду)

Q4.1. Який вигляд має формула зв'язку між криволінійним інтегралом другого роду $\int\limits_{AB} Pdx+Qdy+Rdz$ і визначеним інтегралом?

V1. Якщо крива L має параметричні рівняння $L: x=x(t),\ y=y(t),\ z=z(t)$, причому при переміщенні від точки A до точки B вздовж кривої L параметр t змінюється на сегменті $t\in[t_1,t_2]$, тоді

$$\int\limits_{AB} Pdx+Qdy+Rdz=\int_{t_1}^{t_2}[P(x(t),y(t),z(t))x'(t)+$$
$$+Q(x(t),y(t),z(t))y'(t)+R(x(t),y(t),z(t))z'(t)]dt$$

V2. Якщо крива L має параметричні рівняння $L: x=x(t),\ y=y(t),\ z=z(t)$, причому точці A відповідає t_1, а точці B відповідає t_2, тоді

$$\int\limits_{AB} Pdx+Qdy+Rdz=\int_{t_1}^{t_2}[P(x(t),y(t),z(t))+$$
$$+Q(x(t),y(t),z(t))+R(x(t),y(t),z(t))]dt$$

V3. Якщо крива L має параметричні рівняння $L: x=x(t),\ y=y(t),\ z=z(t)$, причому точці A відповідає t_1, а точці B відповідає t_2, тоді

$$\int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz = \int_{t_1}^{t_2} [P(x(t), y(t), z(t))x'(t) +$$

$$+Q(x(t), y(t), z(t))y'(t)]dt$$

V4. Якщо крива L має параметричні рівняння $L: x = x(t),\ y = y(t),\ z = z(t)$, причому точці A відповідає t_1, а точці B відповідає t_2, тоді

$$\int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz = \int_{t_1}^{t_2} [P(x(t), y(t), z(t))x'(t) +$$

$$+R(x(t), y(t), z(t))z'(t)]dt$$

Q4.2. У чому полягає зв'язок між подвійним інтегралом по однозв'язній плоскій області D і криволінійним інтегралом по контуру Γ, який обмежує цю область D?

V1. Справедлива формула Гріна

$$\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x} \right) dxdy = \oint_\Gamma Pdx + Qdy .$$

V2. Справедлива формула Гріна

$$\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial P}{\partial y} \right) dxdy = \oint_\Gamma Qdx + Pdy .$$

V3. Справедлива формула Гріна

$$\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial P}{\partial x} \right) dxdy = \oint_\Gamma Qdx + Pdy .$$

V4. Справедлива формула Гріна

$$\iint_D \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y} \right) dxdy = \oint_\Gamma Pdx + Qdy .$$

Q4.3. У чому полягає механічний зміст криволінійного інтеграла другого роду $\int_{AB} Pdx + Qdy + Rdz$?

V1. Інтеграл $\int\limits_{AB} Pdx + Qdy + Rdz$ є робота A_r, яку виконує змінна сила $\vec{F}(P,Q,R)$ при переміщенні від точки B до точки A вздовж кривої L.

V2. Інтеграл $\int\limits_{AB} Pdx + Qdy + Rdz$ є робота A_r, яку виконує змінна сила $\vec{F}(R,Q,P)$ при переміщенні від точки A до точки B вздовж кривої L.

V3. Інтеграл $\int\limits_{AB} Pdx + Qdy + Rdz$ є робота A_r, яку виконує змінна сила $\vec{F}(P,Q,R)$ при переміщенні від точки A до точки B вздовж кривої L.

V4. Інтеграл $\int\limits_{AB} Pdx + Qdy + Rdz$ є робота A_r, яку виконує змінна сила $\vec{F}(R,Q,P)$ при переміщенні від точки B до точки A вздовж кривої L.

Q4.4. За якою формулою можна обчислити площу області D, яка обмежена замкненим контуром L, за допомогою криволінійного інтеграла за координатами?

V1. $S = \oint\limits_L xydy - yxdx$.

V2. $S = \frac{1}{3}\oint\limits_L ydy - xdx$.

V3. $S = \frac{1}{2}\oint\limits_L xdy - ydx$.

V4. $S = 2\oint\limits_L xdy - ydx$.

Q4.5. Чи можна криволінійний інтеграл другого роду подати у вигляді інтеграла першого роду? Як це записується?

V1. Неможливо.

V2. Так, можливо. Для цього треба використати формули $dx = dl \cdot \cos\alpha$, $dy = dl \cdot \cos\beta$, $dz = dl \cdot \cos\gamma$, де dl – диференціал довжини дуги, α, β, γ – напрямні кути вектора диференціала дуги $\vec{dl}$. Тоді

$$\int_L Pdx + Qdy + Rdz = \int_L \left(P\cos\alpha + Q\cos\beta + R\cos\gamma\right)dl$$

V3. Так, можливо. Для цього треба dx, dy, dz замінити на диференціал довжини дуги dl. Тоді

$$\int_L Pdx + Qdy + Rdz = \int_L \left(P + Q + R\right)dl$$

V4. Так, можливо. Для цього треба використати формулу $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, де $\vec{a}$ – радіус-вектор змінної точки лінії L, і dx, dy, dz замінити на диференціал довжини дуги dl. Тоді

$$\int_L Pdx + Qdy + Rdz = \int_L \frac{1}{|\vec{a}|}\left(P + Q + R\right)dl$$

Q4.6. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} (x^2 + 2xy)dx - (y^2 + 2xy)dy$, якщо $L: x = t,\ y = t^2$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(2,4)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^2 [(t^2 + 2t^3) - (t^4 + 2t^3)]dt = \left(\frac{t^3}{3} + t^2 - \frac{t^5}{5} - \frac{2t^4}{4}\right)\Bigg|_0^2 = -\frac{116}{15}$

V2. $\Delta = \int\limits_0^2 \left[\left(t^2 + 2t^3\right) - \left(t^4 + 2t^3\right)2t\right]dt = \left(\frac{t^3}{3} + \frac{2t^4}{4} - \frac{2t^6}{6} - \frac{4t^5}{5}\right)\Bigg|_0^2 = -\frac{544}{15}$

V3. $\Delta = \int\limits_0^2 [(t^2 + t^3) - (t^4 + 2t^3)]dt = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^4}{4} - \frac{t^5}{5}\right)\Bigg|_0^2 = -\frac{116}{15}$

V4. $\Delta = \int\limits_0^2 [(t^2 + 2t^3) - (t^4 + 2t^3)]dt = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{t^5}{5}\right)\Bigg|_0^2 = -\frac{56}{15}$

Q4.7. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} (xy - x^2)dx + xdy$, якщо $L: x = t,\ y = 2t^2$ від точки

$A(0,0)$ до точки $B(1,2)$.

V1. $\Delta=\int_0^1[(t^3-t^2)+t]dt=\frac{t^4}{4}-\frac{t^3}{3}+\frac{t^2}{2}\Big|_0^1=\frac{1}{4}-\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{7}{6}$

V2. $\Delta=\int_0^1[(2t^3-t^2+2t^2)]dt=\left(\frac{2t^4}{4}-\frac{t^3}{3}+\frac{2t^3}{3}\right)\Big|_0^1=\frac{5}{6}$

V3. $\Delta=\int_0^1[(2t^3-t^2+4t^2)]dt=\left(\frac{2t^4}{4}+\frac{3t^3}{3}\right)\Big|_0^1=\frac{3}{2}$

V4. $\Delta=\int_0^1[(t^3-t^2)+3t^2]dt=\frac{t^4}{4}-\frac{2t^3}{3}\Big|_0^1=\frac{11}{12}$

Q4.8. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta=\int_{AB}\frac{ydx-xdy}{x^2+y^2}$, якщо $L: x=4\cos t$, $y=4\sin t$ від точки $A(4,0)$ до точки $B(0,4)$.

V1. $\Delta=\int_0^{\pi/2}\frac{4\sin t\cdot 4\sin t-4\cos t\cdot 4\cos t}{16}dt=$

$=-\int_0^{\pi/2}\left(\cos^2 t-\sin^2 t\right)dt=-\int_0^{\pi/2}\cos 2t dt=-\frac{\sin 2t}{2}\Big|_0^{\pi/2}=0$

V2. $\Delta=\int_0^{\pi/2}\frac{4\sin t\cdot(-4\sin t)-4\cos t\cdot 4\cos t}{16}dt=$

$=-\int_0^{\pi/2}\left(\sin^2 t+\cos^2 t\right)dt=-t\Big|_0^{\pi/2}=-\frac{\pi}{2}$

V3. $\Delta=\int_0^{\pi}\frac{4\sin t\cdot(-4\sin t)-4\cos t\cdot 4\cos t}{16}dt=-\int_0^{\pi}dt=-t\Big|_0^{\pi}=-\pi$

V4. $\Delta = \int\limits_{0}^{\pi/3} \frac{4\sin t \cdot 4\sin t - 4\cos t \cdot (-4\cos t)}{16} dt = \int\limits_{0}^{\pi/3} dt = t \Big|_{0}^{\pi/3} = \frac{\pi}{3}$

Q4.9. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} ydx - xdy$, якщо $L: x = 3\cos t$, $y = 2\sin t$ від точки $A(3,0)$ до точки $B(0,2)$.

V1. $\Delta = \int\limits_{0}^{\pi} (2\sin t \cdot 3\sin t - 3\cos t \cdot 2\cos t) dt =$

$= -6\int\limits_{0}^{\pi} (cos^2 t - \sin^2 t) dt = -6\int\limits_{0}^{\pi} \cos 2t dt = -6 \frac{\sin 2t}{2} \Big|_{0}^{\pi} = 0$

V2. $\Delta = \int\limits_{0}^{\pi} (2\sin t(-3\sin t) - 3\cos t \cdot 2\cos t) dt =$

$= -6\int\limits_{0}^{\pi} (\sin^2 t + \cos^2 t) dt = -6t \Big|_{0}^{\pi} = -6\pi$

V3. $\Delta = \int\limits_{0}^{\pi/2} (2\sin t \cdot 3\cos t + 3\cos t \cdot 2\sin t) dt =$

$12 \int\limits_{0}^{\pi/2} \sin t \cos t = 12 \frac{\sin^2 t}{2} \Big|_{0}^{\pi/2} = 6$

V4. $\Delta = \int\limits_{0}^{\pi/2} (2\sin t(-3\sin t) - 3\cos t \cdot 2\cos t) dt =$

$= -6 \int\limits_{0}^{\pi/2} (\sin^2 t + \cos^2 t) dt = -6t \Big|_{0}^{\pi/2} = -3\pi$

Q4.10. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} xdy - ydx$, якщо $L: x = 2\cos^3 t$, $y = 2\sin^3 t$ від точки

$A(2,0)$ до точки $B(0,2)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} (2cos^4 t \cdot 6\sin^2 t + 2\cos^2 t \cdot 6\sin^4 t)dt =$

$= \frac{3}{2}\int\limits_0^{\pi/2} (1-\cos 4t)dt = (\frac{3}{2}t - \frac{3}{8}\sin 4t)\Big|_0^{\pi/2} = \frac{3}{4}\pi$

V2. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} (2cos^4 t \cdot 6\sin^2 t - 2\cos^2 t \cdot 6\sin^4 t)dt =$

$= \int\limits_0^{\pi/2} 3\sin^2 2t\cos 2tdt = \sin^3 2t\Big|_0^{\pi/2} = 0$

V3. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} (2cos^4 t \cdot 6\sin^2 t + 2\cos^2 t \cdot 6\sin^4 t)dt =$

$= \int\limits_0^{\pi/2} 12\cos^2 t\sin^2 tdt = \frac{12}{3}(\cos^3 t)\Big|_0^{\pi/2} = -4$

V4. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} (2cos^4 t \cdot 6\sin^2 t - 2\cos^2 t \cdot 6\sin^4 t)dt =$

$= 3\int\limits_0^{\pi/2} \sin 2tdt = -\frac{3}{2}\cos 2t\Big|_0^{\pi/2} = 3$

Q4.11. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{L_{AB}} \frac{x^2dy - y^2dx}{\sqrt[3]{x^5} + \sqrt[3]{y^5}}$, якщо $L: x = 2\cos^3 t$, $y = 2\sin^3 t$ від точки $A(2,0)$ до точки $B(0,2)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} \frac{24cos^7 t\sin^2 t + 24\sin^7 t\cos^2 t}{2(\cos^5 t + \sin^5 t)}dt =$

$$= 6\int_0^{\pi/2}(1-\cos 2t)dt = (6t - 3\sin 2t)\Big|_0^{\pi/2} = 3\pi$$

V2. $$\Delta = \int_0^{\pi/2} \frac{24cos^5 t\sin^2 t + 24\sin^5 t\cos^2 t}{2\sqrt[3]{4}(\cos^5 t + \sin^5 t)}dt =$$

$$= 6\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sqrt[3]{4}}dt = \frac{6t}{\sqrt[3]{4}}\Bigg|_0^{\pi/2} = \frac{3\pi}{\sqrt[3]{4}}$$

V3. $$\Delta = \int_0^{\pi/2} \frac{16cos^8 t\sin^3 t + 16\sin^8 t\cos^3 t}{2\sqrt[3]{4}(\cos^5 t + \sin^5 t)}dt = \frac{8}{\sqrt[3]{4}}\int_0^{\pi/2}\sin^3 t \times$$

$$\times \cos^3 t dt = (-\frac{2}{\sqrt[3]{4}}\cos^4 t + \frac{4}{3\sqrt[3]{4}}\cos^6 t)\Bigg|_0^{\pi/2} = \frac{2}{\sqrt[3]{4}} - \frac{4}{3\sqrt[3]{4}}$$

V4. $$\Delta = \int_0^{\pi/2} \frac{24\cos^7 t\sin^2 t + 24\sin^7 t\cos^2 t}{2\sqrt[3]{4}(\cos^5 t + \sin^5 t)}dt =$$

$$= \frac{3}{2\sqrt[3]{4}}\int_0^{\pi/2}(1-\cos 4t)dt = (\frac{3}{2\sqrt[3]{4}}t - \frac{3}{8\sqrt[3]{4}}\sin 4t)\Bigg|_0^{\pi/2} = \frac{3}{4\sqrt[3]{4}}\pi$$

Q4.12. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB}(x-y)dy + (x+2y)dx$, якщо $L: x = 2\cos t,\ y = 2\sin t$ від точки $A(2,0)$ до точки $B(0,2)$.

V1. $$\Delta = \int_0^{\pi/2}(4\cos^2 t - 8\sin^2 t - 4\sin t\cdot 2\cos t)dt =$$

$$= \int_0^{\pi/2}(-4\sin t\cdot\cos t)dt = 2\int_0^{\pi/2}(-\sin 2t)dt = \cos 2t\Bigg|_0^{\pi/2} = -2$$

V2. $$\Delta = \int_0^{\pi/2}(4\cos^2 t - 8\sin^2 t - 4\sin t\cdot 2\cos t)dt =$$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}(4\cos 2t-4\sin 2t)dt=(2\sin 2t+2\cos 2t)\Big|_0^{\pi/2}=-4$$

V3. $\Delta=\int\limits_0^{\pi/2}(4\cos^2 t-8\sin^2 t-4\sin t\cdot 2\cos t)dt=\int\limits_0^{\pi/2}(2-2\cos 2t+$

$$+4\sin 2t)\,dt=(2t-\sin 2t-2\cos 2t)\Big|_0^{\pi/2}=\pi+2$$

V4. $\Delta=\int\limits_0^{\pi/2}(4\cos^2 t-8\sin^2 t-4\sin t\cdot 2\cos t)dt=\int\limits_0^{\pi/2}(6\cos 2t-$

$$-2-4\sin 2t)dt=(3\sin 2t-2t+2\cos 2t)\Big|_0^{\pi/2}=-\pi-4$$

Q4.13. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta=\int\limits_{AB}(xy-1)dx+yx^2dy$, якщо $L: x=\cos t$, $y=2\sin t$ від точки $A(1,0)$ до точки $B(0,2)$.

V1. $\Delta=\int\limits_0^{\pi/2}(-2\sin^2 t\cdot\cos t+\sin t+2\sin t\cdot 2\cos^3 t)dt=$

$$=(-2\frac{\sin^3 t}{3}-\cos t-4\frac{\cos^4 t}{4})\Big|_0^{\pi/2}=\frac{4}{3}$$

V2. $\Delta=\int\limits_0^{\pi/2}(-2\sin^2 t\cdot\cos t+\sin t+2\sin t\cdot 2\cos^3 t)dt=$

$$=(2\frac{cos^3t}{3}\sin t-\cos t-4\cos t\frac{\sin^4 t}{4})\Big|_0^{\pi/2}=1$$

V3. $\Delta=\int\limits_0^{\pi/2}(2\sin^2 t\cdot\cos t+\sin t+2\sin t\cdot 2\cos^3 t)dt=$

$$=\left(2\frac{\cos^3 t}{3}-\cos t+4\frac{\sin^4 t}{4}\right)\Bigg|_0^{\pi/2}=\frac{1}{3}$$

V4. $\Delta=\int\limits_0^{\pi/2}(2\sin^2 t\cdot\cos t+\sin t+2\sin t\cdot 2\cos^3 t)dt=$

$$=\left(2\frac{cos^3 t}{3}+\cos t-4\frac{\sin^4 t}{4}\right)\Bigg|_0^{\pi/2}=-\frac{5}{3}$$

Q4.14. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta=\int\limits_{AB}2xydx-x^2dy$, якщо $L: x=t+1,\ y=-t+1$ від точки $A(1,1)$ до точки $B(2,0)$.

V1. $\Delta=\int\limits_0^1(3t^2+2t-1)dt=\left(t^3+t^2-t\right)\Big|_0^1=1$

V2. $\Delta=\int\limits_0^1(3-2t+t^2)dt=\left(3t-t^2+\frac{t^3}{3}\right)\Bigg|_0^1=\frac{7}{3}$

V3. $\Delta=\int\limits_0^1(1-3t^2-2t)dt=\left(t-t^3-t^2\right)\Big|_0^1=-1$

V4. $\Delta=\int\limits_0^1(t^2-2t+2)dt=\left(2t-t^2+\frac{t^3}{3}\right)\Bigg|_0^1=\frac{4}{3}$

Q4.15. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta=\int\limits_{AB}(x^2y-x)dx+(y^2x-2y)dy$, якщо

$L: x=3\cos t,\ y=2\sin t$ від точки $A(3,0)$ до точки $B(0,2)$.

V1. $\Delta=\int\limits_0^{\pi/2}(-15\cos^2 t\cdot 2\sin^2 t+\sin^2 t\cdot\cos t)dt=$

$$=\int_0^{\pi/2}(\frac{1}{2}\sin 2t-\cos t\cdot\sin^2 t)dt=(\frac{1}{4}cos^2 2t-\frac{1}{3}\sin^3 t)\Big|_0^{\pi/2}=-1$$

V2. $$\Delta=\int_0^{\pi/2}(-15\cos^2 t\cdot 2\sin^2 t+\sin t\cdot\cos t)dt=\int_0^{\pi/2}(\frac{1}{2}\sin 2t-$$

$$-\frac{15}{2}\sin^2 2t)dt=(-\frac{1}{4}\cos 2t-\frac{15}{4}t+\frac{15}{8}\sin 4t)\Big|_0^{\pi/2}=\frac{1}{2}-\frac{15}{8}\pi$$

V3. $$\Delta=\int_0^{\pi/2}(-15\cos\ \ t\cdot 2\sin^2 t+\sin t\cdot\cos t)dt=\int_0^{\pi/2}(\frac{1}{2}\sin 2t-$$

$$-30\sin^2 t\cos t)dt=(-\frac{1}{4}\cos 2t+10\sin^3 t)\Big|_0^{\pi/2}=10$$

V4. $$\Delta=\int_0^{\pi/2}(-15\cos\ \ t\cdot 2\sin^2 t+\sin t\cdot\cos t)dt=$$

$$=\int_0^{\pi/2}(\frac{1}{2}\sin 2t-\frac{15}{2}\sin^2 2t)dt=(\frac{1}{4}\sin 2t-\frac{15}{4}t)\Big|_0^{\pi/2}=-\frac{15}{8}\pi$$

Q4.16. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta=\int_{AB}(yx-x)dx+\frac{1}{2}x^2dy$, якщо $L: x=t$, $y=2\sqrt{t}$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(1,2)$.

V1. $$\Delta=\int_0^1(2t\sqrt{t}-t+\frac{t^2}{2\sqrt{t}})dt=\left(\frac{2t^{5/2}}{5}-\frac{1}{2}t^2+\frac{2t^{5/2}}{5}\right)\Bigg|_0^1=\frac{3}{10}$$

V2. $$\Delta=\int_0^1(2t\sqrt{t}-t+\frac{t^2}{\sqrt{t}})dt=\left(\frac{4t^{5/2}}{5}-\frac{1}{2}t^2+\frac{2t^{5/2}}{5}\right)\Bigg|_0^1=\frac{11}{10}$$

V3. $\Delta = \int\limits_0^1 (2t\sqrt{t} - t + \frac{t^2}{2\sqrt{t}})dt = \left(\frac{4t^{5/2}}{5} - \frac{1}{2}t^2 + \frac{t^{5/2}}{5} \right) \Bigg|_0^1 = \frac{1}{2}$

V4. $\Delta = \int\limits_0^1 (2t^2 - t + \frac{t^2}{2\sqrt{t}})dt = \left(\frac{2t^3}{3} - \frac{1}{2}t^2 + \frac{t^{5/2}}{5} \right) \Bigg|_0^1 = \frac{7}{30}$

Q4.17. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} (x^2 + y^2)dx + (x + y^2)dy$, якщо $L : x = t + 1,\ y = 2$ від точки $A(1,2)$ до точки $B(3,2)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^2 (t^2 + 2t + 5 + t + 1 + 4)dt = \left(\frac{t^3}{3} + \frac{3}{2}t^2 + 10t \right) \Bigg|_0^2 = \frac{84}{3}$

V2. $\Delta = \int\limits_0^2 (t^2 + 2t + 5)dt = \left(\frac{t^3}{3} + t^2 + 5t \right) \Bigg|_0^2 = \frac{50}{3}$

V3. $\Delta = \int\limits_0^2 (2t^2 + 4t + 7)dt = \left(\frac{2t^3}{3} + 2t^2 + 7t \right) \Bigg|_0^2 = \frac{82}{3}$

V4. $\Delta = \int\limits_0^2 (t^2 + t + 3t - 2 + 4)dt = \left(\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 2t \right) \Bigg|_0^2 = \frac{44}{3}$

Q4.18. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} xdy$, якщо $L : x = t,\ y = \sin t$ від точки $A(\pi, 0)$ до точки $B(0,0)$.

V1. $\Delta = \int\limits_\pi^0 t \cdot \cos t dt = -t \cdot cost\Big|_\pi^0 + \int\limits_0^\pi \cos t dt = -\pi$

V2. $\Delta = \int\limits_\pi^0 t \cdot \cos t dt = \frac{1}{2}t^2 \cdot \sin t \Bigg|_\pi^0 = 0$

V3. $\Delta = \int\limits_{\pi}^{0} t \cdot \cos t dt = -t \cdot \sin t\Big|_{\pi}^{0} + \int\limits_{0}^{\pi} \sin t dt = 2$

V4. $\Delta = \int\limits_{\pi}^{0} t \cdot \cos t dt = -t \cdot \sin t\Big|_{\pi}^{0} + \int\limits_{0}^{\pi} \sin t dt = 2$

Q4.19. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} (x^2 + y^2)dx + (-x + y^2)dy$, якщо

$L: x = 2t + 1,\ y = 2 + 3t$ від точки $A(1,2)$ до точки $B(3,5)$.

V1. $\Delta = \int\limits_{0}^{1} (2(2t+1)^2 + 5(3t+2)^2 - 6t - 3)dt = \frac{203}{3}$

V2. $\Delta = \int\limits_{0}^{1} ((2t+1)^2 + (3t+2)^2 + (-6t - 3 + (3t+2)^2)dt = 22$

V3. $\Delta = \int\limits_{0}^{1} (2(2t+1)^2 + (3t+2)^2 + 3(-2t - 1 + (3t+2)^2))dt = \frac{164}{3}$

V4. $\Delta = \int\limits_{0}^{1} ((2t+1)^2 + 3(3t+2)^2 + (-6t - 3)dt = \frac{112}{3}$

Q4.20. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} ydx - xdy$, якщо $L: x = 6\cos t,\ y = 4\sin t$ від точки $A(6,0)$ до точки $B(0,4)$.

V1. $\Delta = \int\limits_{0}^{\pi/2} (-4\sin t \cdot 6\sin t - 6\cos t \cdot 4\cos t)dt = -24\pi$

V2. $\Delta = \int\limits_{0}^{\pi/2} (4\sin t \cdot 6\sin t - 6\cos t \cdot 4\cos t)dt = 0$

V3. $\Delta = \int_0^{\pi/2} (-4\sin t \cdot 6\sin t + 6\cos t \cdot 4\cos t)dt = 24\pi$

V4. $\Delta = \int_0^{\pi/2} (-4\sin t \cdot 6\sin t - 6\cos t \cdot 4\cos t)dt = -12\pi$

Q4.21. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} x^2 dy + y^2 dx$, якщо $L: x = 5\cos t$, $y = 2\sin t$ від точки $A(5,0)$ до точки $B(-5,0)$.

V1. $\Delta = \int_0^{\pi} (25cos^2 t \cdot 2\cos t - 5\sin t \cdot 4\sin^2 t)dt =$

$$= (50\,\frac{\sin^3 t}{3} - 20\,\frac{\cos^3 t}{3})\Big|_0^{\pi} = \frac{40}{3}$$

V2. $\Delta = \int_0^{\pi} (25cos^2 t \cdot 2\cos t - 5\sin t \cdot 4\sin^2 t)dt =$

$$= (50\sin t - 50\frac{\sin^3 t}{3} + 20\cos t - 20\frac{\cos^3 t}{3})\Big|_0^{\pi} = -\frac{80}{3}$$

V3. $\Delta = \int_0^{\pi} (25cos^2 t \cdot 2\cos t - 5\sin t \cdot 4\sin^2 t)dt =$

$$= (25\sin t - 25\frac{\sin^3 t}{3} + 10\cos t - 10\frac{\cos^3 t}{3})\Big|_0^{\pi} = -\frac{40}{3}$$

V4. $\Delta = \int_0^{\pi} (25cos^2 t \cdot 2\cos t - 5\sin t \cdot 4\sin^2 t)dt =$

$$= (25\sin t - 25\frac{\sin^3 t}{6} + 10\cos t - 10\frac{\cos^3 t}{6})\Big|_0^{\pi} = -\frac{50}{3}$$

Q4.22. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} x^2 dy + 2xydx$, якщо $L: x = 2t^2$, $y = t$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(2,1)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^1 (4t^2 \cdot 4t^2 + 4t^4)dt = 20\left.\frac{t^5}{5}\right|_0^1 = 4$

V2. $\Delta = \int\limits_0^1 (4t^2 + 4t^4)dt = \left.\left(\frac{4t^3}{3} + \frac{4t^5}{5}\right)\right|_0^1 = \frac{32}{15}$

V3. $\Delta = \int\limits_0^1 (4t^3 + 4t^4)dt = \left.\left(t^4 + \frac{4t^5}{5}\right)\right|_0^1 = \frac{9}{5}$

V4. $\Delta = \int\limits_0^1 (4t^3 + 4t^3)dt = 2t^4\Big|_0^1 = 2$

Q4.23. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} \frac{x^2}{y} dy + (xy - x)dx$, якщо $L: x = t$, $y = 2t^2$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(1,2)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^1 (2t + 2t^2)dt = \left.\left(2\frac{t^3}{3} + \frac{2t^2}{2}\right)\right|_0^1 = 2$

V2. $\Delta = \int\limits_0^1 (2t^2 - 2t)dt = \left.\left(2\frac{t^3}{3} - \frac{2t^2}{2}\right)\right|_0^1 = -\frac{1}{3}$

V3. $\Delta = \int\limits_0^1 (t + 2t^3 - t)dt = 2\left.\frac{t^4}{4}\right|_0^1 = \frac{1}{2}$

V4. $\Delta = \int\limits_0^1 (2t + 2t^3 - t)dt = \left.\left(2\frac{t^4}{4} + \frac{t^2}{2}\right)\right|_0^1 = 1$

Q4.24. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} (x+y^2)dy + (y+x^2)dx$, якщо $L: x = 2t+2,\ y = 3t$ від точки $A(2,0)$ до точки $B(4,3)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^1 (3(2t+2+6t^2)+(2t+2)^2+6t)dt = \dfrac{82}{3}$

V2. $\Delta = \int\limits_0^1 (3(2t+2+9t^2)+2(2t+2)^2+6t)dt = \dfrac{119}{3}$

V3. $\Delta = \int\limits_0^1 (6t+6+9t^2)+2(2t+2)^2+6t)dt = \dfrac{163}{3}$

V4. $\Delta = \int\limits_0^1 (3(2t+2+9t^2)+(2t+2)^2+3t)dt = \dfrac{173}{6}$

Q4.25. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} xdy + \dfrac{y}{x}dx$, якщо $L: x = t,\ y = \ln t$ від точки $A(1,0)$ до точки $B(e,1)$.

V1. $\Delta = \int\limits_1^e (t+\ln t)dt = \left(\dfrac{t^2}{2}+t\ln t+t\right)\Bigg|_1^e = 2e - \dfrac{3}{2} + \dfrac{e^2}{2}$

V2. $\Delta = \int\limits_1^e (t\dfrac{1}{t}+\dfrac{\ln t}{t})dt = (t+\ln t)\Big|_1^e = e$

V3. $\Delta = \int\limits_1^e (t\dfrac{1}{t}+\dfrac{\ln t}{t})dt = \left(t+\dfrac{\ln^2 t}{2}\right)\Bigg|_1^e = e - \dfrac{1}{2}$

V4. $\Delta = \int\limits_1^e (t\dfrac{1}{t}+\dfrac{\ln t}{t})dt = \left(\dfrac{t^2}{2}+\dfrac{\ln^2 t}{2}\right)\Bigg|_1^e = \dfrac{e^2}{2}$

Q4.26. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int\limits_{AB} \sin^3 x dx + \frac{dy}{y^2}$, якщо $L: x = t,\ y = ctg\,t$ від точки $A(\pi/6, \sqrt{3})$ до точки $B(\pi/3, \sqrt{3}/3)$.

V1. $\Delta = \int\limits_{\pi/6}^{\pi/3} (\sin^3 t - \frac{1}{\sin^2 t} \cdot \frac{1}{ctg^2 t})dt = \frac{5 - 6\sqrt{3}}{4}$

V2. $\Delta = \int\limits_{\pi/6}^{\pi/3} (\sin^3 t - \frac{1}{\sin^2 t} \cdot \frac{1}{ctg^2 t})dt = -\frac{7\sqrt{3} + 11}{24}$

V3. $\Delta = \int\limits_{\pi/6}^{\pi/3} (\sin^3 t - \frac{1}{\sin^2 t} \cdot \frac{1}{ctg^2 t})dt = \frac{5\sqrt{3} - 4}{24}$

V4. $\Delta = \int\limits_{0}^{\pi} (\sin^3 t - \frac{1}{\sin^2 t} \cdot \frac{1}{ctg^2 t})dt = \frac{12\sqrt{3} - 3}{8}$

Q4.27. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} y\,dx + \sqrt{x^2 + y^2}\,dy$, якщо $L: x = 3\cos t,\ y = 3\sin t$ від точки $A(3,0)$ до точки $B(0,3)$.

V1. $\Delta = \int\limits_{0}^{\pi/2} (3\cos t \cdot \sqrt{9\sin^2 t + 9\cos^2 t} - 3\sin t \cdot 3\sin t)dt = \frac{36 - 9\pi}{4}$

V2. $\Delta = \int\limits_{0}^{\pi/2} (3\cos t \cdot \sqrt{9\sin^2 t + 9\cos^2 t} - 3\sin t \cdot 3\sin t)dt = \frac{2\sqrt{3} + \pi}{4}$

V3. $\Delta = \int\limits_{0}^{\pi} (3\cos t \cdot \sqrt{9\sin^2 t + \cos^2 t} - 3\sin t \cdot 3\sin t)dt = \frac{2\sqrt{2} + 5\pi}{2}$

V4. $\Delta = \int\limits_{0}^{\pi} (3\cos t \cdot \sqrt{9(\sin^2 t + \cos^2 t)} - 3\sin t \cdot 3\sin t)dt = \frac{\sqrt{3} - 2\pi}{2}$

Q4.28. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int\limits_{AB}(x^2+y^2)dx + xydy$, якщо $L: x=t,\ y=e^t$ від точки $A(0,1)$ до точки $B(1,e)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^1 (t^2+e^{2t}+t\cdot e^{2t})dt = \left(\frac{t^3}{3}+\frac{1}{2}e^{2t}+\frac{1}{2}te^{2t}\right)\Big|_0^1 = \frac{1}{3}+e^2$

V2. $\Delta = \int\limits_0^1 (t^2+e^{2t}+t\cdot e^{2t})dt = \left(\frac{t^3}{3}+\frac{1}{2}e^{2t}+\frac{1}{4}t^2e^{2t}\right)\Big|_0^1 = \frac{4+9e^2}{12}$

V3. $\Delta = \int\limits_0^1 (t^2+e^{2t}+t\cdot e^{2t})dt = \left(\frac{t^3}{3}+\frac{1}{2}e^{2t}+\frac{1}{2}te^{2t}-\frac{1}{4}e^{2t}\right)\Big|_0^1 = \frac{1+9e^2}{12}$

V4. $\Delta = \int\limits_0^1 (t^2+e^{2t}+t\cdot e^{2t})dt = \left(\frac{t^3}{3}+\frac{1}{2}te^{2t}+\frac{1}{4}e^{2t}\right)\Big|_0^1 = \frac{1+3e^2}{4}$

Q4.29. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} xdy - ydx$, якщо $L: x = 2\cos 3t,\ y = 2\sin 3t$ від точки $A(2,0)$ до точки $B(0,2)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/6}(2\cos 3t\cdot 6\cos 3t + 2\sin 3t\cdot 6\sin 3t)dt = 12t\Big|_0^{\pi/6} = 2\pi$

V2. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/6}(2\cos 3t\cdot 6\sin 3t + 6\sin 3t\cdot 2\cos 3t)dt = -6t\Big|_0^{\pi/6} = -\pi$

V3. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/6}(2\cos 3t\cdot 6\sin 3t + 6\sin 3t\cdot 2\cos 3t)dt = -\cos 3t\Big|_0^{\pi/6} = 1$

V4. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/6}(2\cos 3t\cdot 6\cos 3t - 6\sin 3t\cdot 2\sin 3t)dt = \sin 6t\Big|_0^{\pi/6} = 0$

Q4.30. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int\limits_{AB} x^2 dy - y dx$, якщо $L: x = \cos^2 t$, $y = 2\sin^2 t$ від точки $A(1,0)$ до точки $B(0,2)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} (4\sin^3 t \cdot \cos t + 4\cos^4 t \cdot \sin t) dt = (4\frac{\sin^4 t}{4} + 4\frac{\cos^6 t}{6})\Big|_0^{\pi/2} = \frac{1}{3}$

V2. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} (4\sin^3 t \cdot \cos t + 4\cos^5 t \cdot \sin t) dt = (4\frac{\sin^3 t}{3} + 4\frac{\cos^5 t}{5})\Big|_0^{\pi/2} = \frac{7}{15}$

V3. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} (4\sin^2 t \cos t + 4\cos^4 t \sin t) dt = (4\frac{\sin^3 t}{3} - 4\frac{\cos^5 t}{5})\Big|_0^{\pi/2} = -\frac{8}{15}$

V4. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} (4\sin^3 t \cdot \cos t + 4\cos^5 t \cdot \sin t) dt = (4\frac{\sin^4 t}{4} - 4\frac{\cos^6 t}{6})\Big|_0^{\pi/2} = \frac{5}{3}$

Q4.31. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} x dy + y dx$, якщо $L: x = t - \sin t$, $y = 1 - \cos t$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(\pi/2,1)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} (t\sin t - \sin^2 t + 1 - 2\cos t + \cos^2 t) dt =$

$$= -\frac{t^2}{2}\cos t - \frac{\sin^3 t}{3} + t - 2\sin t + \frac{\sin^2 t}{2})\Big|_0^{\pi/2} = \frac{-11}{6}$$

V2. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} (t\sin t - \sin^2 t + 1 - 2\cos t + \cos^2 t) dt =$

$$= -\frac{t^2}{2}\sin t - \cos^2 t + t - 2\sin t + \sin^2 t)\Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi^2}{8}$$

V3. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} (t\sin t - \sin^2 t + 1 - 2\cos t + \cos^2 t)dt =$

$= t\sin t + t + 2\cos t + \sin^2 t)\Big|_0^{\pi/2} = \pi - 1$

V4. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} (t\sin t - \sin^2 t + 1 - 2\cos t + \cos^2 t)dt =$

$= (-t\cos t - \sin t + t + \frac{1}{2}\sin 2t)\Big|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} - 1$

Q4.32. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} xydx + y^2dy$, якщо $L: x = 2t^2 - t,\ y = 2 + t$ від точки $A(0,2)$ до точки $B(1,3)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^1 (4t^2(2t-1)(t+2) + (t+2)^2)dt = \frac{14}{5}$

V2. $\Delta = \int\limits_0^1 (4t^2(2t-1)(t+2) + (t+2)^2)dt = \frac{24}{5}$

V3. $\Delta = \int\limits_0^1 (4t^2(2t-1)(t+2) + (t+2)^2)dt = \frac{124}{15}$

V4. $\Delta = \int\limits_0^1 (4t^2(2t-1)(t+2) + (t+2)^2)dt = \frac{34}{15}$

Q4.33. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} x^2dy - ydx$, якщо $L: x = 2\sqrt{t},\ y = 2t - t^2$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(2,1)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^1 (4t(2-2t) - (2t-t^2)\frac{1}{\sqrt{t}})dt = \frac{6}{5}$

V2. $\Delta = \int_0^1 (4t(2-2t) - (2t - t^2)\frac{1}{\sqrt{t}})dt = \frac{10}{9}$

V3. $\Delta = \int_0^1 (4t(2-2t) - (2t - t^2)\frac{1}{\sqrt{t}})dt = \frac{5}{2}$

V4. $\Delta = \int_0^1 (4t(2-2t) - (2t - t^2)\frac{1}{\sqrt{t}})dt = \frac{2}{5}$

Q4.34. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} \frac{xdy + ydx}{x^2 + y^2}$, якщо $L: x = 2\cos t,\ y = 2\sin t$ від точки $A(2,0)$ до точки $B\left(1, \sqrt{3}\right)$.

V1. $\Delta = \int_0^{\pi/3} \frac{1}{4}(2\cos t \cdot 2\sin t + 2\sin t \cdot 2\cos t)dt = 4\sin 2t\Big|_0^{\pi/3} = 2\sqrt{3}$

V2. $\Delta = \int_0^{\pi/3} \frac{1}{4}(2\cos t \cdot 2\cos t - 2\sin t \cdot 2\sin t)dt = \frac{1}{2}\sin 2t\Big|_0^{\pi/3} = \frac{\sqrt{3}}{4}$

V3. $\Delta = \int_0^{\pi/3} \frac{1}{4}(2\cos t \cdot 2\cos t - 2\sin t \cdot 2\sin t)dt = 2\sin 2t\Big|_0^{\pi/3} = \sqrt{3}$

V4. $\Delta = \int_0^{\pi/3} (2\cos t \cdot 2\cos t - 2\sin t \cdot 2\sin t)dt = 2\cos t\Big|_0^{\pi/3} = -1$

Q4.35. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int_{AB} (x+y)dy - 2ydx$, якщо $L: x = \cos 3t,\ y = 2\sin 3t$ від точки $A(1,0)$ до точки $B(0,2)$.

V1. $\Delta = \int_0^{\pi/6} (6\cos^2 3t + 6\cos 3t \sin 3t + 12\sin^2 3t)dt =$

$$=(9t-\frac{1}{2}\sin 6t-\frac{1}{2}\cos 6t)\Big|_0^{\pi/6}=\frac{3\pi}{2}+1$$

V2. $$\Delta=\int_0^{\pi/6}(2\cos^2 3t+4\cos 3t\sin 3t+2\sin 3t\cdot 2\cos 3t)dt=$$

$$=(\frac{1}{3}\sin 3t+t-\frac{1}{6}\cos 6t)\Big|_0^{\pi/6}=\frac{1}{3}+\frac{\pi}{2}$$

V3. $$\Delta=\int_0^{\pi/6}(6\cos^2 3t+6\cos 3t\sin 3t+12\sin^2 3t)dt=$$

$$=(\frac{1}{3}\sin 3t+2t-\sin^2 3t)\Big|_0^{\pi/6}=\pi-\frac{2}{3}$$

V4. $$\Delta=\int_0^{\pi/6}(6\cos^2 3t+6\cos 3t\sin 3t+12\sin^2 3t)dt=$$

$$=(\frac{4}{3}\cos 3t\sin 3t+\frac{1}{3}\cos^2 3t)\Big|_0^{\pi/6}=-\frac{1}{3}$$

Q4.36. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta=\int_{AB}\frac{y}{x^2}dx+\frac{x}{\ln x+1}dy$, якщо $L: y=x\ln x$ від точки $A(1,0)$ до точки $B(e,e)$.

V1. $$\Delta=\int_1^e\left(\frac{x\ln x}{x^2}+\frac{x(\ln x+1)}{\ln x+1}\right)dx=\left(\frac{\ln x}{x}+\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_1^e=e^{-1}+\frac{e^2-1}{2}$$

V2. $$\Delta=\int_1^e\left(\frac{x\ln x}{x^2}+\frac{x(\ln x+1)}{\ln x+1}\right)dx=\left(\frac{\ln^2 x}{2}+\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_1^e=\frac{e^2}{2}$$

V3. $$\Delta=\int_1^e\left(\frac{x\ln x}{x^2}+\frac{x}{\ln x+1}\right)dx=\left(\frac{\ln^2 x}{2}+x\ln x\right)\Bigg|_1^e=\frac{1}{2}+e$$

$$\text{V4. } \Delta=\int_1^e\left(\frac{x\ln x}{x^2}dx+\frac{y(\ln x+1)}{\ln x+1}dy\right)=\frac{\ln^2 x}{2}\Bigg|_1^e+\frac{y^2}{2}\Bigg|_1^e=\frac{e^2}{2}$$

Q4.37. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta=\int\limits_{AB} ydx+\dfrac{dy}{1-xy}$, якщо $L: y=\dfrac{\ln x}{x}$ від точки $A(e^{-1},-e)$ до точки $B(1,0)$.

$$\text{V1. } \Delta=\int_{e^{-1}}^1\left(\frac{\ln x}{x}+\frac{1}{1-x\cdot(\ln x/x)}\cdot\frac{1-\ln x}{x}\right)dx=\frac{\ln^2 x}{2}\Bigg|_{e^{-1}}^1+\ln x\Bigg|_{e^{-1}}^1=\frac{1}{2}$$

$$\text{V2. } \Delta=\int_{e^{-1}}^1\left(\frac{\ln x}{x}+\frac{1}{1-x\cdot(\ln x/x)}\cdot(1-\ln x)\right)dx=\frac{\ln^2 x}{2}\Bigg|_{e^{-1}}^1+x\Bigg|_{e^{-1}}^1=\frac{1}{2}-e^{-1}$$

$$\text{V3. } \Delta=\int_{e^{-1}}^1\left(\frac{\ln x}{x}+\frac{1}{1-x\cdot(\ln x/x)}\right)dx=\frac{\ln^2 x}{2}\Bigg|_{e^{-1}}^1-(1-\ln x)^{-2}\Big|_{e^{-1}}^1=-\frac{5}{4}$$

$$\text{V4. } \Delta=\int_{e^{-1}}^1\left(\frac{\ln x}{x}+\frac{1}{1-x\cdot(\ln x/x)}\cdot\frac{1-\ln x}{x^2}\right)dx=\frac{\ln^2 x}{2}\Bigg|_{e^{-1}}^1-\frac{1}{x}\Bigg|_{e^{-1}}^1=e-\frac{3}{2}$$

Q4.38. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta=\int\limits_{AB} y\,tg\,x\,dx+\dfrac{dy}{\cos x}$, якщо $L: y=\ln\cos x$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(\pi/4,-(1/2)\ln 2)$.

$$\text{V1. } \Delta=\int_0^{\pi/4}\left(\ln\cos x\cdot tg\,x+\frac{1}{\cos x\cdot\cos x}\right)dx=-\frac{\ln^2\cos x}{2}\Bigg|_0^{\pi/4}+$$

$$+tg\,x\Big|_0^{\pi/4}=1-(1/8)\ln^2 2$$

$$\text{V2. } \Delta=\int_0^{\pi/4}\left(\ln\cos x\cdot tg\,x+\frac{-\sin x}{\cos x\cdot\cos x}\right)dx=x\ln\cos x\Big|_0^{\pi/4}+x\Big|_0^{\pi/4}-$$

$$-\left(1/\cos x\right)\Big|_0^{\pi/4}=1-\sqrt{2}+\pi/4-(\pi/8)\ln 2$$

V3. $\Delta=\int\limits_0^{\pi/4}\left(\ln\cos x\cdot tg\,x+\dfrac{-\sin x}{\cos x\cdot\cos x}\right)dx=-\dfrac{\ln^2\cos x}{2}\Bigg|_0^{\pi/4}-$

$$-\left(1/\cos x\right)\Big|_0^{\pi/4}=1-\sqrt{2}-(1/8)\ln^2 2$$

V4. $\Delta=\int\limits_0^{\pi/4}\left(\ln\cos x\cdot tg\,x+\dfrac{-\sin x}{\cos x\cdot\cos x}\right)dx=\ln\cos x\Big|_0^{\pi/4}+\sin x\Big|_0^{\pi/4}-$

$$-\left(1/\cos x\right)\Big|_0^{\pi/4}=1-\sqrt{2}/2-(1/2)\ln 2$$

Q4.39. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta=\int\limits_{AB}\dfrac{e^y}{\sin x}dx+ctg\,x\,dy$, якщо $L:\ y=\ln\sin x$ від точки $A(\pi/4,-(1/2)\ln 2)$ до точки $B(\pi/2,0)$.

V1. $\Delta=\int\limits_{\pi/4}^{\pi/2}\left(\dfrac{e^{\ln\sin x}}{\sin x}+ctg\,x\cdot\dfrac{\cos x}{\sin x}\right)dx=x\Big|_{\pi/4}^{\pi/2}-ctg\,x\Big|_{\pi/4}^{\pi/2}=\pi/4-1$

V2. $\Delta=\int\limits_{\pi/4}^{\pi/2}\left(\dfrac{e^{\ln\sin x}}{\sin x}+ctg\,x\cdot\dfrac{1}{\sin x}\right)dx=x\Big|_{\pi/4}^{\pi/2}-\left(1/\sin x\right)\Big|_{\pi/4}^{\pi/2}=\pi/4-1+\sqrt{2}$

V3. $\Delta=\int\limits_{\pi/4}^{\pi/2}\left(\dfrac{e^{\ln\sin x}}{\sin x}+ctg\,x\cdot\dfrac{1}{\sin x\cos x}\right)dx=x\Big|_{\pi/4}^{\pi/2}-ctg\,x\Big|_{\pi/4}^{\pi/2}=\pi/4-1$

V4. $\Delta=\int\limits_{\pi/4}^{\pi/2}\left(\dfrac{e^{\ln\sin x}}{\sin x}+ctg\,x\cdot\dfrac{\cos x}{\sin x}\right)dx=-ctg\,x\Big|_{\pi/4}^{\pi/2}=1$

Q4.40. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta=\int\limits_{AB}e^y\,dx+\cos^2 x\,dy$, якщо $L:\ y=\ln tg\,x$ від точки $A(\pi/4,0)$ до точки $B(\pi/3,(1/2)\ln 3)$.

V1. $\Delta=\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3}\left(e^{\ln tgx}+\cos^2 x\cdot\frac{1}{\sin x\cos x}\right)dx=-\ln\cos x\Big|_{\pi/4}^{\pi/3}+\ln\sin x\Big|_{\pi/4}^{\pi/3}=$

$=(1/2)\ln 3$

V2. $\Delta=\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3}\left(e^{\ln tgx}+\cos^2 x\cdot\frac{1}{\sin x\cos x}\right)dx=-\ln ctgx\Big|_{\pi/4}^{\pi/3}=-(1/2)\ln 3$

V3. $\Delta=\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3}\left(e^{\ln tgx}+\cos^2 x\cdot\frac{\cos x}{\sin x}\right)dx=-\ln\cos x\Big|_{\pi/4}^{\pi/3}+\ln\sin x\Big|_{\pi/4}^{\pi/3}-$

$-\left(\sin^2 x/2\right)\Big|_{\pi/4}^{\pi/3}=(1/2)\ln 3-1/8$

V4. $\Delta=\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3}\left(e^{\ln tgx}+\cos^2 x\cdot\frac{\cos x}{\sin^2 x}\right)dx=-\ln\cos x\Big|_{\pi/4}^{\pi/3}-\left(1/\sin x\right)\Big|_{\pi/4}^{\pi/3}-$

$-\sin x\Big|_{\pi/4}^{\pi/3}=(1/2)\ln 2+3\sqrt{2}/2-\sqrt{3}/6$

Q4.41. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta=\int\limits_{AB} xydx-\frac{dy}{1-2x^2y}$, якщо $L: y=\frac{\ln x}{x^2}$ від точки $A(e^{-1},-e^2)$ до точки $B(1,0)$.

V1. $\Delta=\int\limits_{e^{-1}}^{1}\left(x\frac{\ln x}{x^2}-\frac{1}{1-2x^2\cdot\left(\ln x/x^2\right)}\cdot\frac{1-2\ln x}{x^3}\right)dx=$

$=(1/2)\ln^2 x\Big|_{e^{-1}}^{1}+(1/2)x^{-2}\Big|_{e^{-1}}^{1}=-(1/2)e^2$

V2. $\Delta=\int\limits_{e^{-1}}^{1}\left(x\frac{\ln x}{x^2}-\frac{1}{1-2x^2\cdot\left(\ln x/x^2\right)}\cdot\frac{1-2\ln x}{x}\right)dx=$

$=(1/2)\ln^2 x\Big|_{e^{-1}}^{1}+\ln x\Big|_{e^{-1}}^{1}=1/2$

V3. $\Delta=\int\limits_{e^{-1}}^{1}\left(x\frac{\ln x}{x^2}-\frac{1}{1-2x^2\cdot\left(\ln x/x^2\right)}\cdot\frac{1-2\ln x}{x^2}\right)dx=$

$=(1/2)\ln^2 x\Big|_{e^{-1}}^{1}+x^{-1}\Big|_{e^{-1}}^{1}=1/2-e$

V4. $\Delta=\int\limits_{e^{-1}}^{1}\left(x\frac{\ln x}{x^2}-\frac{1}{1-2x^2\cdot\left(\ln x/x^2\right)}\cdot(1-2\ln x)\right)dx=$

$=(1/2)\ln^2 x\Big|_{e^{-1}}^{1}-x\Big|_{e^{-1}}^{1}=e-3/2$

Q4.42. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta=\int\limits_{AB}\left(e^x-e^y\right)dx-e^y dy$, якщо $L: y=\ln(e^x+x)$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(1,\ln(e+1))$.

V1. $\Delta=\int\limits_{0}^{1}\left(\left(e^x-e^{\ln(e^x+x)}\right)-e^{\ln(e^x+x)}\cdot\frac{e^x}{e^x+x}\right)dx=$

$=-(1/2)x^2\Big|_0^1-e^x\Big|_0^1=1/2-e$

V2. $\Delta=\int\limits_{0}^{1}\left(\left(e^x-e^{\ln(e^x+x)}\right)-e^{\ln(e^x+x)}\cdot(e^x+x)\right)dx=$

$=-x\ln(e^x+x)\Big|_0^1-e^x\Big|_0^1=-\ln(e+1)-e+1$

V3. $\Delta=\int\limits_{0}^{1}\left(\left(e^x-e^{\ln(e^x+x)}\right)-e^{\ln(e^x+x)}\right)dx=-x^2\Big|_0^1-e^x\Big|_0^1=-e$

V4. $\Delta=\int\limits_{0}^{1}\left(\left(e^x-e^{\ln(e^x+x)}\right)-e^{\ln(e^x+x)}\cdot\frac{e^x+1}{e^x+x}\right)dx=$

$=-(1/2)x^2\Big|_0^1-e^x\Big|_0^1-x\Big|_0^1=-e-1/2$

Q4.43. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами

$\Delta = \int\limits_{AB} (e^y - \cos x)\, dx + e^{-y}\, dy$, якщо $L:\ y = \ln(\cos x + \sin x)$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(\pi/2, 0)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} \left(\left(e^{\ln(\cos x + \sin x)} - \cos x\right) + e^{-\ln(\cos x+\sin x)} \cdot (-\sin x + \cos x)\right) dx =$

$= -\cos x\Big|_0^{\pi/2} + \ln(\cos x + \sin x)\Big|_0^{\pi/2} = 1$

V2. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} \left(\left(e^{\ln(\cos x + \sin x)} - \cos x\right) + e^{-\ln(\cos x+\sin x)} \cdot \dfrac{-\sin x + \cos x}{\cos x + \sin x}\right) dx =$

$= -\cos x\Big|_0^{\pi/2} - (\cos x + \sin x)\Big|_0^{\pi/2} = 1$

V3. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} \left(\left(e^{\ln(\cos x + \sin x)} - \cos x\right) + e^{-\ln(\cos x+\sin x)}\right) dx =$

$= -\cos x\Big|_0^{\pi/2} - (1/2)(\cos x + \sin x)^{-2}\Big|_0^{\pi/2} = 1$

V4. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/2} \left(\left(e^{\ln(\cos x + \sin x)} - \cos x\right) + e^{-\ln(\cos x+\sin x)} \cdot \dfrac{\sin x + \cos x}{\cos x - \sin x}\right) dx =$

$= -\cos x\Big|_0^{\pi/2} + \sin x\Big|_0^{\pi/2} = 2$

Q4.44. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta = \int\limits_{AB} e^y \cos x\, dx + \dfrac{e^y}{\cos^3 x}\, dy$, якщо $L:\ y = \ln(1 + 2\sin x)$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(\pi/6, \ln 2)$.

V1. $\Delta = \int\limits_0^{\pi/6} \left(e^{\ln(1+2\sin x)} \cos x + \dfrac{e^{\ln(1+2\sin x)}}{\cos^3 x} \cdot \dfrac{2\cos x}{1 + 2\sin x}\right) dx =$

$= \sin x\Big|_0^{\pi/6} + \sin^2 x\Big|_0^{\pi/6} + 2tg\, x\Big|_0^{\pi/6} = 3/4 + 2\sqrt{3}/3$

$$\text{V2. } \Delta=\int_0^{\pi/6}\left(e^{\ln(1+2\sin x)}\cos x+\frac{e^{\ln(1+2\sin x)}}{\cos^3 x}\cdot\frac{2\sin x\cos x}{1+2\sin x}\right)dx=$$

$$=\sin x\Big|_0^{\pi/6}+\sin^2 x\Big|_0^{\pi/6}-2\ln\cos x\Big|_0^{\pi/6}=3/4-2\ln\left(\sqrt{3}/2\right)$$

$$\text{V3. } \Delta=\int_0^{\pi/6}\left(e^{\ln(1+2\sin x)}\cos x+\frac{e^{\ln(1+2\sin x)}}{\cos^3 x}\right)dx=$$

$$=\sin x\Big|_0^{\pi/6}-(1/2)\cos^{-2} x\Big|_0^{\pi/6}+tg^2 x\Big|_0^{\pi/6}=2/3$$

$$\text{V4. } \Delta=\int_0^{\pi/6}\left(e^{\ln(1+2\sin x)}\cos x+\frac{e^{\ln(1+2\sin x)}}{\cos^3 x}\cdot 2\cos x\right)dx=$$

$$=\sin x\Big|_0^{\pi/6}+\sin^2 x\Big|_0^{\pi/6}+2\,tg\,x\Big|_0^{\pi/6}-4\cos^{-1} x\Big|_0^{\pi/6}=19/4-2\sqrt{3}$$

Q4.45. Обчислити криволінійний інтеграл за координатами $\Delta=\int\limits_{AB}(e^y-x)\,dx+e^{y/2}\,dy$, якщо $L: y=\ln(\cos x+x)$ від точки $A(0,0)$ до точки $B(\pi/2,\ln(\pi/2))$.

$$\text{V1. } \Delta=\int_0^{\pi/2}\left(\left(e^{\ln(\cos x+x)}-x\right)+e^{(1/2)\ln(\cos x+x)}\cdot\frac{-\sin x}{\cos x+x}\right)dx=$$

$$=\sin x\Big|_0^{\pi/2}-(\cos x+x)^{-1}\Big|_0^{\pi/2}=2-2/\pi$$

$$\text{V2. } \Delta=\int_0^{\pi/2}\left(\left(e^{\ln(\cos x+x)}-x\right)+e^{(1/2)\ln(\cos x+x)}\cdot\frac{1}{\cos x+x}\right)dx=$$

$$=\sin x\Big|_0^{\pi/2}+\sqrt{\cos x+x}\Big|_0^{\pi/2}=\sqrt{\pi/2}$$

$$\text{V3. } \Delta=\int_0^{\pi/2}\left(\left(e^{\ln(\cos x+x)}-x\right)+e^{(1/2)\ln(\cos x+x)}\cdot\frac{1-\sin x}{\cos x+x}\right)dx=$$

$$= \sin x\Big|_0^{\pi/2} + 2\sqrt{\cos x + x}\Big|_0^{\pi/2} = \sqrt{2\pi} - 1$$

V4. $\Delta = \int_0^{\pi/2} \left(\left(e^{\ln(\cos x + x)} - x\right) + e^{(1/2)\ln(\cos x + x)}\right) dx =$

$$= \sin x\Big|_0^{\pi/2} + \ln(\cos x + x)\Big|_0^{\pi/2} = 1 + \ln(\pi/2)$$

Q4.46. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x = x$, $F_y = 2y$, $F_z = 5z$, $L: x = R\cos t,\ y = R\sin t,\ z = Rt$; $A(R,0,0)$ і $B(0,R,R\pi/2)$.

V1. $A_r = \int\limits_{AB} F_y dx + F_x dy + F_z dz = \int\limits_{AB} 2y dx + x dy + 5z dz =$

$$= \int_0^{\pi/2} \left[2R\sin t\, d(R\cos t) + R\cos t\, d(R\sin t) + 5Rt\, d(Rt)\right] =$$

$$= \int_0^{\pi/2} \left[R^2\cos^2 t - 2R^2\sin^2 t + 5R^2 t\right] dt = \int_0^{\pi/2} \left[R^2\frac{1+\cos 2t}{2} - \right.$$

$$\left. - R^2(1 - \cos 2t) + 5Rt\right] dt = R^2\int_0^{\pi/2} \left[-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}\cos 2t + 5t\right] dt =$$

$$= R^2\left(-\frac{1}{2}t + \frac{3}{4}\sin 2t + \frac{5t^2}{2}\right)\Bigg|_0^{\pi/2} = \left(\frac{5\pi^2}{8} - \frac{\pi}{4}\right)R^2$$

V2. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} x dx + 2y dy + 5z dz =$

$$= \int_0^{\pi} \left[R cost\, d(R\cos t) + 2R\sin t\, d(R\sin t) + 5Rt \cdot R dt\right] =$$

$$= \int_0^{\pi} \left[3R^2\sin t \cdot \cos t + 5R^2 t\right] dt = R^2\left(\frac{3\sin^2 t}{2} + 5\frac{t^2}{2}\right)\Bigg|_0^{\pi} = 5R^2\frac{\pi^2}{8}$$

V3. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} x dx + 2y dy + 5z dz =$

$$= \int\limits_0^{\pi/2} \left[R\cos t\, d(R\cos t) + 2R\sin t\, d(R\sin t) + 5\cdot Rt\, d(Rt) \right] =$$

$$= \int\limits_0^{\pi/2} \left(R^2 \sin t \cos t + 5R^2 t \right) dt = R^2 \left(\frac{1}{2}\sin^2 t + \frac{5}{2} t^2 \right) \Bigg|_0^{\pi/2} =$$

$$= R^2 \left(1/2 + 5\pi^2 / 8 \right)$$

V4. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} x dx + 2y dy + 5z dz =$

$$= \int\limits_0^{\pi/4} \left(-R^2 \sin t \cos t + 2R^2 \sin t \cos t + 5R^2 t \right) dt =$$

$$= \left(R^2 \frac{\sin^2 t}{2} + 5R^2 \frac{t^2}{2} \right) \Bigg|_0^{\pi/4} = R^2 \left(\frac{1}{4} + \frac{5\pi^2}{32} \right)$$

Q4.47. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x = x + y$, $F_y = y + z$, $F_z = x - z$, $L: x = e^t$, $y = e^{-t}$, $z = e^{2t}$; $A(1,1,1)$ і $B(e, e^{-1}, e^2)$.

V1. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} (x+y)dx + (y+z)dy + (x-$

$$- z)dz = \int\limits_0^1 \left[\left(e^t + e^{-t}\right) d\left(e^{-t}\right) + \left(e^{-t} + e^{2t}\right) d\left(e^t\right) + \left(e^t - e^{2t}\right) d\left(e^{2t}\right) \right] =$$

$$= \int\limits_0^1 \left[-\left(1 + e^{-2t}\right) + \left(1 + e^{3t}\right) + 2\left(e^{3t} - e^{4t}\right) \right] dt =$$

$$=\left(\frac{e^{-2t}}{2}+\frac{3e^{3t}}{3}-\frac{2e^{4t}}{4}\right)\Bigg|_0^1=\left(\frac{e^{-2}}{2}+e^3+\frac{1}{2}e^4\right)-1$$

V2. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}(x+y)dx+(y+z)dy+(x-$

$$-z)dz=\int_0^1\left[\left(e^t+e^{-t}\right)d\left(e^t\right)+\left(e^{-t}+e^{2t}\right)d\left(e^{-t}\right)+\left(e^t-e^{2t}\right)d\left(e^{2t}\right)\right]=$$

$$=\int_0^1\left[e^{2t}+1-e^{-2t}-e^t+2e^{3t}-2e^{4t}\right]dt=\left(\frac{e^{2t}}{2}+t+\frac{e^{-2t}}{2}-\right.$$

$$\left.-e^t+\frac{2}{3}e^{3t}-\frac{2e^{4t}}{4}\right)\Bigg|_0^1=\left(\frac{e^2+e^{-2}}{2}-e+\frac{2}{3}e^3-\frac{e^4}{2}\right)-\frac{1}{6}$$

V3. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}(x+y)dx+(y+z)dy+(x-$

$$-z)dz=\int_0^1\left[\left(e^t+e^{-t}\right)d\left(e^t\right)+\left(e^{-t}+e^{2t}\right)d\left(e^{-t}\right)+\left(e^t-e^{2t}\right)d\left(e^{2t}\right)\right]=$$

$$=\int_0^1\left[\left(e^{2t}+1\right)+\left(e^{-2t}+e^t\right)+2\left(e^{3t}-e^{4t}\right)\right]dt=\left(\frac{e^{2t}}{2}+t-\frac{e^{-2t}}{2}+\right.$$

$$\left.+e^t+\frac{2}{3}e^{3t}-\frac{2e^{4t}}{4}\right)\Bigg|_0^1=\left(\frac{e^2}{2}+1-\frac{e^{-2}}{2}+e+\frac{2}{3}e^3-\frac{e^4}{2}\right)-\frac{7}{6}$$

V4. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}(x+y)dx+(y+z)dy+(x-$

$$-z)dz=\int_0^1\left[\left(e^t+e^{-t}\right)dt+\left(e^{-t}+e^{2t}\right)dt+\left(e^t-e^{2t}\right)dt\right]=$$

$$=\int_0^1\left(2e^t+2e^{-t}\right)dt=\left(2e^t-2e^{-t}\right)\Big|_0^1=2\left(e-e^{-1}\right)$$

Q4.48. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x = x$, $F_y = y$, $F_z = z$, $L: x = t,\ y = t^2,\ z = t^3$; $A(0,0,0)$ і $B(1,1,1)$.

V1. $A_r = \int\limits_{AB} F_y dx + F_z dy + F_x dz = \int\limits_{AB} xdx + zdy + ydz =$

$$= \int\limits_0^1 \left[t\,dt + t^3 d\left(t^2\right) + t^2 d\left(t^3\right)\right] = \int\limits_0^1 \left[t + 2t^4 + 3t^4\right] dt = \left(\frac{t^2}{2} + \frac{5t^5}{5}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{3}{2}$$

V2. $A_r = \int\limits_{AB} F_z dx + F_x dy + F_y dz = \int\limits_{AB} zdx + xdy + ydz =$

$$= \int\limits_0^1 \left[t^3 dt + td\left(t^2\right) + t^2 d\left(t^3\right)\right] = \int\limits_0^1 \left(t^3 + 2t^2 + 3t^5\right) dt =$$

$$= \left(\frac{t^4}{4} + \frac{2t^3}{3} + \frac{3t^5}{5}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{91}{60}$$

V3. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} xdx + ydy + zdz =$

$$= \int\limits_0^1 \left(t\,dt + t^2 d\left(t^2\right) + t^3 d\left(t^3\right)\right) = \int\limits_0^1 \left(t^2 + 2t^3 + 3t^5\right) dt =$$

$$= \left(\frac{t^2}{2} + \frac{2t^4}{4} + \frac{3t^6}{6}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{3}{2}$$

V4. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} xdx + ydy + zdz =$

$$= \int\limits_0^1 \left(t\,dt + t^2 dt + t^3 dt\right) = \left(\frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \frac{t^4}{4}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{13}{12}$$

Q4.49. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x = z$, $F_y = x$, $F_z = y$, $L: x = t^3,\ y = t^2,\ z = t$; $A(0,0,0)$ і $B(1,1,1)$

V1. $A_r = \int\limits_{AB} F_y dx + F_z dy + F_x dz = \int\limits_{AB} xdx + ydy + zdz =$

$$= \int_0^1 \left[t^3 d\left(t^3\right) + t^2 d\left(t^2\right) + tdt\right] = \int_0^1 \left[3t^5 + 2t^3 + t\right] dt = \left(\frac{3t^6}{6} + \frac{2t^4}{4} + \frac{t^2}{2}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{3}{2}$$

V2. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_z dy + F_y dz = \int\limits_{AB} zdx + ydy + xdz =$

$$= \int_0^1 \left(tdt + t^2 dt + t^3 dt\right) = \left(\frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{3} + \frac{t^4}{4}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{13}{12}$$

V3. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} zdx + xdy + ydz =$

$$= \int_0^1 \left(tdt + t^3 dt + t^2 dt\right) = \left(\frac{t^2}{2} + \frac{t^4}{4} + \frac{t^3}{3}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{13}{12}$$

V4. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} zdx + xdy + ydz =$

$$= \int_0^1 \left[td\left(t^3\right) + t^3 d\left(t^2\right) + t^2 dt\right] = \int_0^1 \left(3t^3 + 2t^4 + t^2\right) dt = \left(\frac{3t^4}{4} + \frac{2t^5}{5} + \frac{t^3}{3}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{89}{60}$$

Q4.50. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x = x + y$, $F_y = 2x - z$, $F_z = 3y$,
$L: x = t^2,\ y = t + 1,\ z = 2t^2 - 1$; $A(0,1,-1)$ і $B(1,2,1)$.

V1. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} (x + y)dx + (2x - z)dy +$

$$+3ydz=\int_0^1\Big((2t^3+2t^2+2t+1)\,dt+12(t^2+t)dt\Big)=$$

$$=\int_0^1\Big(14t^2+2t^3+14t+1\Big)dt=\Big(\frac{14t^3}{3}+\frac{2t^4}{4}+7t^2+t\Big)\Big|_0^1=\frac{79}{6}$$

V2. $$A_r=\int_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int_{AB}(x+y)dx+(2x-z)dy+$$

$$+3ydz=\int_0^1\Big((t^2+t\ \ +1)\,dt+dt+3(t^2+t)dt\Big)=\int_0^1\Big(4t^2+4t+4\Big)dt=$$

$$=\Big(\frac{t^3}{3}+4\frac{t^2}{2}+3t\Big)\Big|_0^1=\frac{16}{3}$$

V3. $$A_r=\int_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int_{AB}(x+y)dx+(2x-z)dy+$$

$$+3ydz=\int_0^1\Big((2t^2+2t+2)\,dt+dt+3(t+1)dt\Big)=\int_0^1\Big(2t^2+5t+3\Big)dt=$$

$$=\Big(\frac{2t^3}{3}+5\frac{t^2}{2}+3t\Big)\Big|_0^1=\frac{37}{6}$$

V4. $$A_r=\int_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int_{AB}(x+y)dx+(2x-z)dy+$$

$$+3ydz=\int_0^1\Big((2t^3+2t^2+2t)\,dt+dt+3(t+1)dt\Big)=$$

$$=\int_0^1\Big(2t^3+2t^2+5t+3\Big)dt=\Big(\frac{2t^4}{4}+\frac{2t^3}{3}+\frac{5t^2}{2}+3t\Big)\Big|_0^1=\frac{20}{3}$$

Q4.51. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо

$F_x = 2x$, $F_y = z$, $F_z = y + z$, $L: x = \sqrt{t},\ y = t^3 - t^2,\ z = t + 2$; $A(0,0,2)$ i $B(1,0,3)$.

V1. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} 2xdx + zdy + (y+z)dz =$

$$\int_0^1 \left[2\sqrt{t}d\left(\sqrt{t}\right) + (t+2)d\left(t^3 - t^2\right) + (t^3 - t^2 + t + 2)dt\right] = \int_0^1 \left(4t^3 + 3t^2 - 3t + 3\right)dt =$$

$$= \left(\frac{4t^4}{4} - \frac{3t^2}{2} + \frac{3t^3}{3} + 3t\right)\Bigg|_0^1 = \frac{7}{2}$$

V2. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} 2xdx + zdy + (y+z)dz =$

$$\int_0^1 \left[2\sqrt{t}dt + (t^3 + 2t^2 + t)dt + (t^3 - t^2 + t + 2)dt\right] = \int_0^1 \left(2\sqrt{t} + 3t^3 + t^2 + 2t + 2\right)dt =$$

$$= \left(\frac{4t^{3/2}}{3} + \frac{3t^4}{4} + \frac{t^3}{3} + \frac{2t^2}{2} + 2t\right)\Bigg|_0^1 = \frac{65}{12}$$

V3. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} 2xdx + zdy + (y+z)dz =$

$$\int_0^1 \left[2\sqrt{t}dt + (t+2)dt + (t^3 - t^2 + t + 2)dt\right] = \int_0^1 \left(2\sqrt{t} + t^3 - 2t^2 + 2t + 4\right)dt =$$

$$= \left(\frac{2t^{3/2}}{3} + \frac{t^4}{4} - \frac{2t^3}{3} + \frac{2t^2}{2} + 4t\right)\Bigg|_0^1 = \frac{21}{4}$$

V4. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} 2xdx + zdy + (y+z)dz =$

$$\int_0^1 \left[2\sqrt{t}d\left(\sqrt{t}\right) + (t+2)d\left(t^3 - t^2\right) + (t^3 - t^2 + t + 2)dt\right] = \int_0^1 \left(4t^3 + 3t^2 - t + 2\right)dt =$$

$$=\left(\frac{4t^4}{4}-\frac{t^2}{2}+\frac{3t^3}{3}+2t\right)\Bigg|_0^1=\frac{7}{2}$$

Q4.52. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x=x^2+y^2$, $F_y=y$, $F_z=2z$, $L: x=\cos t,\ y=\sin t,\ z=3t$; $A(1,0,0)$ і $B(0,1,3\pi/2)$.

V1. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}(x^2+y^2)dx+ydy+2zdz=$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}\left[(cos^2t+\sin^2t)d(\cos t)+\sin t\,d(\sin t)+18tdt\right]=\cos t\Big|_0^{\pi/2}+$$

$$+\frac{1}{2}\sin^2 t\Big|_0^{\pi/2}+9t^2\Big|_0^{\pi/2}=\frac{9\pi^2}{4}-\frac{1}{2}$$

V2. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}(x^2+y^2)dx+ydy+2zdz=$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}\left[(\cos^2t+\sin^2t)d(\cos t)+\sin t\,d(\sin t)+6tdt\right]=\sin t\Big|_0^{\pi/2}+$$

$$+\int\limits_0^{\pi/2}(\sin t\cos t+6t)dt=1+\left(\frac{\sin^2 t}{2}+\frac{3t^2}{2}\right)\Bigg|_0^{\pi/2}=\frac{\pi^2}{8}+\frac{3}{2}$$

V3. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}(x^2+y^2)dx+ydy+2zdz=$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}\left[(\cos^2t+\sin^2t)dt+\sin t\,dt+6tdt\right]=$$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}(1+\sin t+6t)dt=\left(t+\cos t+\frac{3t^2}{2}\right)\Bigg|_0^{\pi/2}-1=\frac{3\pi^2}{8}+\frac{\pi}{2}$$

V4. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} (x^2 + y^2)dx + ydy + 2zdz =$

$$= \int\limits_0^{\pi/2} \left[(\cos^2 t + \sin^2 t)d(\cos t) + \sin t\, d(\sin t) + 6tdt\right] = \cos 2t\Big|_0^{\pi/2} +$$

$$+ \int\limits_0^{\pi/2} (\sin t + 6t)dt = -2 + \left(\cos t + \frac{3t^2}{2}\right)\Bigg|_0^{\pi/2} = \frac{3\pi^2}{8} - 1$$

Q4.53. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x = x - z$, $F_y = y + z$, $F_z = x + y$,
$L: x = t + t^2,\ y = t^3 - t,\ z = t$; $A(0,0,0)$ і $B(2,0,1)$.

V1. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} (x - z)dx + (y + z)dy +$

$$+ (x + y)dz = \int\limits_0^1 \left[t^2 d\left(t^2 + t\right) + t^3 d\left(t^3 - t\right) + (t^3 + t^2)dt\right] = \int\limits_0^1 \left(2t^3 + t^6 + t^2\right)dt =$$

$$= \left(\frac{2t^4}{4} + \frac{t^7}{7} + \frac{t^3}{3}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{1}{2} + \frac{1}{7} + \frac{1}{3} = \frac{41}{42}$$

V2. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} (x - z)dx + (y + z)dy +$

$$+ (x + y)dz = \int\limits_0^1 \left[t^2 d\left(t^2 + t\right) + t^3 d\left(t^3 - t\right) + (t^3 + t^2)dt\right] =$$

$$= \int\limits_0^1 \left(2t^3 + 2t^5 + 3t^2 + t^3\right)dt = \left(\frac{2t^4}{4} + \frac{2t^6}{6} + \frac{3t^3}{3} + \frac{t^4}{4}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{2}{3}$$

V3. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} (x - z)dx + (y + z)dy +$

$$+(x+y)dz=\int_0^1\left[t^2d\left(t^2+t\right)+t^3d\left(t^3-t\right)+(t^3+t^2)dt\right]=$$

$$=\int_0^1\left(2t^3+t^5+2t^2-t^3\right)dt=\left(\frac{2t^4}{4}+\frac{t^6}{6}+\frac{2t^3}{3}-\frac{t^4}{4}\right)\Bigg|_0^1=\frac{13}{12}$$

V4. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}(x-z)dx+(y+z)dy+$

$$+(x+y)dz=\int_0^1\left[t^2d\left(t^2+t\right)+t^3d\left(t^3-t\right)+(t^3+t^2)dt\right]=$$

$$=\int_0^1\left(2t^3+3t^5+2t^2\right)dt=\left(\frac{2t^4}{4}+\frac{3t^6}{6}+\frac{2t^3}{3}\right)\Bigg|_0^1=\frac{5}{3}$$

Q4.54. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x=y$, $F_y=-x$, $F_z=\sqrt{z}$, $L: x=\sin 2t,\ y=\cos 2t,\ z=t^2$ $A(0,1,0)$ і $B\left(0,1,\pi^2\right)$.

V1. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}ydx-xdy+\sqrt{z}dz=$

$$=\int_0^\pi\left[\cos2t\,d(\sin2t)-\sin2t\,d(\cos2t)+\sqrt{t^2}\,d\left(t^2\right)\right]=\int_0^\pi(2\sqrt{t^2}+\sin4t)dt=$$

$$=-\frac{\cos4t}{4}+\frac{2t^2}{2}\Bigg|_0^\pi=\pi^2$$

V2. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}ydx-xdy+\sqrt{z}dz=$

$$=\int_0^\pi\left[\cos2t\,d(\sin2t)-\sin2t\,d(\cos2t)+\sqrt{t^2}\,d\left(t^2\right)\right]=\int_0^\pi(2t^2+\sin4t)dt=$$

$$=-\frac{\cos 4t}{4}+\frac{2t^3}{3}\Bigg|_0^{\pi}=\frac{2\pi^3}{3}+\frac{1}{4}$$

V3. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}ydx-xdy+\sqrt{z}dz=$

$$=\int_0^{\pi}\left[\cos 2t\,d(\sin 2t)-\sin 2t\,d(\cos 2t)+\sqrt{t^2}\,d\left(t^2\right)\right]=\int_0^{\pi}\left(2+2t^2\right)dt=$$

$$=\left(2t+2t^3/3\right)\Big|_0^{\pi}=2\pi+2\pi^3/3$$

V4. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}ydx-xdy+\sqrt{z}dz=$

$$=\int_0^{\pi}\left[\cos 2t\,dt-\sin 2t\,dt+\sqrt{t^2}\,dt\right]=\left(\frac{\sin 2t}{2}+\frac{\cos 2t}{2}+\frac{t^2}{2}\right)\Bigg|_0^{\pi}=\frac{\pi^3}{2}$$

Q4.55. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x=3x$, $F_y=y-x$, $F_z=4z$, $L: x=3\cos t,\ y=3\sin t,\ z=3t$; $A(3,0,0)$ і $B(0,3,3\pi/2)$.

V1. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}3xdx+(y-x)dy+4zdz=$

$$=\int_0^{\pi/2}[9\cos t\,d(3\cos t)+(3\sin t-3\cos t)\,d(3\sin t)+12t\,d(3t)]=$$

$$=\int_0^{\pi/2}(9t^2-9\cos 2t)dt=\left(\frac{9t^3}{3}-\frac{9}{2}\sin 2t\right)\Bigg|_0^{\pi/2}=\frac{3}{4}\pi^3$$

V2. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}3xdx+(y-x)dy+4zdz=$

$$=\int_0^{\pi/2}[9\cos t\,d(3\cos t)+(3\sin t-3\cos t)\,d(3\sin t)+12t\,d(3t)]=$$

$$=\int_0^{\pi/2}\left(36t-18\cos t\cdot\sin t-9\cos^2 t\right)dt=$$

$$=\left(\frac{9\cos 2t}{2}-\frac{9t}{2}-\frac{9\sin 2t}{4}+18t^2\right)\Bigg|_0^{\pi/2}=\frac{9\pi^2}{2}-\frac{9\pi}{4}-9$$

V3. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}3xdx+(y-x)dy+4zdz=$

$$=\int_0^{\pi/2}\left[9\cos t\, d(3\cos t)+(3\sin t-3\cos t)\,d(3\sin t)+12t\,d(3t)\right]=$$

$$=9\int_0^{\pi/2}(t-\cos t+3\sin t)dt=9\left(\frac{t^2}{2}-\sin t-3\cos t\right)\Bigg|_0^{\pi/2}=\frac{9}{8}\pi^2$$

V4. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}3xdx+(y-x)dy+4zdz=$

$$=\int_0^{\pi/2}\left[9\cos t\, d(3\cos t)+(3\sin t-3\cos t)\,d(3\sin t)+3t\,d(3t)\right]=$$

$$=\int_0^{\pi/2}\left(9t-\frac{9}{2}\cos 2t+27\sin t\cos t\right)dt=$$

$$=\left(\frac{9t^2}{2}-\frac{9}{4}\sin 2t-\frac{27}{4}\cos 2t\right)\Bigg|_0^{\pi/2}=\frac{9\pi^2}{8}+\frac{117}{8}$$

Q4.56. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x=xy^2$, $F_y=yz^2$, $F_z=-x^2z$, $L: x=-2t,\ y=4t,\ z=5t$; $A(0,0,0)$ і $B(-2,4,5)$.

V1. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}xy^2dx+yz^2dy-x^2zdz=$

$$=\int_0^1 \left[64t^3dt+25t^3dt-5t^3dt\right]=9$$

V2. $A_r=\int_{AB} F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int_{AB} xy^2dx+yz^2dy-x^2zdz=$

$$=\int_0^1 \left[-16t^2dt+100t^2dt-20t^2dt\right]=\frac{64}{3}$$

V3. $A_r=\int_{AB} F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int_{AB} xy^2dx+yz^2dy-x^2zdz=$

$$=\int_0^1 \left[64t^3dt+400t^3dt-100t^3dt\right]=91$$

V4. $A_r=\int_{AB} F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int_{AB} xy^2dx+yz^2dy-x^2zdz=$

$$=\int_0^1 \left[-2t^4dt+10t^4dt-4t^4dt\right]=\frac{4}{5}$$

Q4.57. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x=2yx$, $F_y=-x^2$, $F_z=z$, $L: x=3t-2,\ y=t^2$, $z=t+t^2$; $A(-2,0,0)$ і $B(1,1,2)$.

V1. $A_r=\int_{AB} F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int_{AB} 2xydx-x^2dy+zdz=$

$$=\int_0^1 \left[6t^2(3t-2)dt-2t(3t-2)^2dt+(t+t^2)(1+2t)dt\right]=$$

$$=\int_0^1 (5t^3+10t^2-8t)dt=\left(\frac{5t^4}{4}+\frac{10t^3}{3}-\frac{8t^2}{2}\right)\Bigg|_0^1=\frac{7}{12}$$

V2. $A_r=\int_{AB} F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int_{AB} 2xydx-x^2dy+zdz=$

$$=\int_0^1\left[6t^2(3t-2)dt-2t(3t-2)^2dt+(t+t^2)(1+2t)dt\right]=$$

$$=\int_0^1(2t^3+15t^2-7t)dt=\left(\frac{t^4}{2}+\frac{15t^3}{3}-\frac{7t^2}{2}\right)\Bigg|_0^1=2$$

V3. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}2xydx-x^2dy+zdz=$

$$=\int_0^1\left[6t^2(3t-2)dt-2t(3t-2)^2dt+(t+t^2)(1+2t)dt\right]=$$

$$=\int_0^1(20t^3+9t^2-6t)dt=\left(\frac{20t^4}{4}+\frac{9t^3}{3}-\frac{6t^2}{2}\right)\Bigg|_0^1=5$$

V4. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}2xydx-x^2dy+zdz=$

$$=\int_0^1\left[6t^2(3t-2)dt-2t(3t-2)^2dt+(t+t^2)(1+2t)dt\right]=$$

$$=\int_0^1(2t^3+12t^2-3t)dt=\left(\frac{t^4}{2}+\frac{12t^3}{3}-\frac{3t^2}{2}\right)\Bigg|_0^1=3$$

Q4.58. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x=1$, $F_y=xz$, $F_z=x$, $L: x=\cos^2 t,\ y=\sin 2t,\ z=\sin^2 t$; $A(1,0,0)$ і $B(0,0,1)$.

V1. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}dx+xzdy+xdz=$

$$=\int_0^{\pi/2}\left[d\left(\cos^2 t\right)+\cos^2 t\sin^2 t\,d\left(\sin 2t\right)+\cos^2 td(\sin^2 t)\right]=$$

$$=\cos^2 t\Big|_0^{\pi/2}+\frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot\sin^3 2t\Big|_0^{\pi/2}+2\cdot\frac{1}{4}\cdot\cos^4 t\Big|_0^{\pi/2}=-\frac{17}{12}$$

V2. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}dx+xzdy+xdz=$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}\left[d\left(\cos^2 t\right)+\cos^2 t\sin^2 t\,d\left(\sin 2t\right)+\cos^2 td(\sin^2 t)\right]=$$

$$=(\frac{\cos^5 t}{5}+\frac{\sin^5 t}{5}-\frac{2\cos^5 t}{5})\Big|_0^{\pi/2}=\frac{4}{5}$$

V3. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}dx+xzdy+xdz=$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}\left[d\left(\cos^2 t\right)+\cos^2 t\sin^2 t\,d\left(\sin 2t\right)+\cos^2 td(\sin^2 t)\right]=$$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}(2\sin t\cos^3 t-2\sin^3 t\cos t+2\cos^4 t\sin t)dt=$$

$$=(-\frac{\cos^4 t}{2}+\frac{\sin^4 t}{2}-\frac{2\cos^5 t}{5})\Big|_0^{\pi/2}=-\frac{19}{10}$$

V4. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}dx+xzdy+xdz=$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}\left[d\left(\cos^2 t\right)+\cos^2 t\sin^2 t\,d\left(\sin 2t\right)+\cos^2 td(\sin^2 t)\right]=$$

$$=(\frac{\sin^2 2t}{2}+\frac{\sin^4 t}{2}-\frac{2\cos^5 t}{5})\Big|_0^{\pi/2}=-\frac{12}{5}$$

Q4.59. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x=x$, $F_y=y+x$, $F_z=-xz$, $L: x=\cos 2t,\ y=\sin 2t,\ z=2t$;

$A(1,0,0)$ i $B(-1,0,\pi)$.

V1. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} xdx + (x+y)dy - xzdz =$

$$= \int\limits_0^{\pi/2} [\cos 2t d(\cos 2t) + (\sin 2t + \cos 2t)\, d(\sin 2t) - 2t \cos 2t d(2t)] =$$

$$= \left(\frac{\sin^2 2t}{2} + \frac{\cos 4t}{8} + 2t \sin 2t + \frac{t^2}{2}\cos 2t\right)\Bigg|_0^{\pi/2} = -\frac{\pi^2}{8}$$

V2. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} xdx + (x+y)dy - xzdz =$

$$= \int\limits_0^{\pi/2} [\cos 2t d(\cos 2t) + (\sin 2t + \cos 2t)\, d(\sin 2t) - 2t \cos 2t d(2t)] =$$

$$= \left(\frac{\cos^2 2t}{2} + \frac{\sin^2 2t}{2} + t + \frac{\sin 4t}{4} - 2t \sin 2t - \cos 2t\right)\Bigg|_0^{\pi/2} = \frac{\pi}{2} + 2$$

V3. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} xdx + (x+y)dy - xzdz =$

$$= \int\limits_0^{\pi/2} [\cos 2t d(\cos 2t) + (\sin 2t + \cos 2t)\, d(\sin 2t) - 2t \cos 2t d(2t)] =$$

$$= \left(\frac{\sin^2 2t}{2} + \frac{\cos 2t}{8} + \frac{t^2}{4}\sin 2t\right)\Bigg|_0^{\pi/2} = \frac{\pi^2}{16} - \frac{1}{4}$$

V4. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} xdx + (x+y)dy - xzdz =$

$$= \int\limits_0^{\pi/2} [\cos 2t d(\cos 2t) + (\sin 2t + \cos 2t)\, d(\sin 2t) - 2t \cos 2t d(2t)] =$$

$$= \left(\frac{\cos^2 2t}{2} + \frac{\sin^2 2t}{2} + \frac{t}{2} + \frac{\sin 2t}{2} + t \sin t\right)\Bigg|_0^{\pi/2} = \frac{3\pi}{4}$$

Q4.60. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x=x+y$, $F_y=-x$, $F_z=z$,
$L: x=\sin 2t,\ y=3\cos 2t,\ z=3\sin t$; $A(0,3,0)$ і $B(0,-3,3)$.

V1. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}(x+y)dx-xdy+zdz=$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}\left[(\sin 2t+3\cos 2t)d(\sin 2t)-\sin 2t\,d(3\cos 2t)+3\sin t\times\right.$$

$$\left.\times d(3\sin t)\right]=\left(\frac{9\sin^2 t}{2}+\frac{\sin^2 2t}{2}+3t+\frac{3\cos 2t}{2}\right)\Bigg|_0^{\pi/2}=\frac{3\pi}{2}-\frac{3}{4}$$

V2. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}(x+y)dx-xdy+zdz=$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}\left[(\sin 2t+3\cos 2t)dt-\sin 2t\,dt+3\sin t dt\right]=$$

$$=\left(\frac{3\cos 2t}{4}+\frac{3\sin 2t}{4}+\frac{t^2}{2}+3\cos t\right)\Bigg|_0^{\pi/2}=\frac{\pi^2}{8}-\frac{9}{4}$$

V3. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}(x+y)dx-xdy+zdz=$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}\left[(\sin 2t+3\cos 2t)dt-\sin 2t\,dt+3\sin t dt\right]=$$

$$=\left(-\frac{\cos 2t}{2}+\frac{3\sin 2t}{2}-t\right)\Bigg|_0^{\pi/2}=\frac{3}{2}-\frac{\pi}{2}$$

V4. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}(x+y)dx-xdy+zdz=$

$$= \int_0^{\pi/2} \left[(\sin 2t + 3\cos 2t) d(\sin 2t) - \sin 2t\, d(3\cos 2t) + 3\sin t \times \right.$$

$$\left. \times d(3\sin t) \right] = \left(\frac{9\sin^2 t}{2} + \frac{\sin^2 2t}{2} + 6t + \frac{3\sin 4t}{2} \right)\Bigg|_0^{\pi/2} = \frac{9}{2} + 3\pi$$

Q4.61. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо
$F_x = x - y$, $F_y = yx$, $F_z = y + z$,
$L: x = 2t - 1,\ y = 3t,\ z = t^2 + 1$; $A(-1,0,1)$ і $B(1,3,2)$.

V1. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} (x - y)dx + (xy)dy + (y +$

$$+ z)dz = \int_0^1 \left[(-t-1)d(2t-1) - 3t(2t-1)d(3t) + (3t + t^2 + 1)(1+2t) \times \right.$$

$$\left. \times d(t^2+1) \right] = \int_0^1 (2t^3 + 2t^2 - 3t - 5)dt = \left(\frac{t^4}{2} + \frac{2t^3}{3} - \frac{3t^2}{2} - 5t \right)\Bigg|_0^1 = -\frac{19}{9}$$

V2. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} (x - y)dx + (xy)dy + (y +$

$$+ z)dz = \int_0^1 \left[(-t-1)d(2t-1) - 3t(2t-1)d(3t) + (3t + t^2 + 1)(1+2t) \times \right.$$

$$\left. \times d(t^2+1) \right] = \int_0^1 (t^3 + 12t^2 - 7t + 2)dt = \left(\frac{t^4}{4} + \frac{12t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 2t \right)\Bigg|_0^1 = 3$$

V3. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} (x - y)dx + (xy)dy + (y +$

$$+ z)dz = \int_0^1 \left[(-t-1)dt - 3t(2t-1)dt + (3t + t^2 + 1)(1+2t)\, dt = \right.$$

$$=\int_0^1 (t^3+14t^2+12t-2)dt=\left(\frac{t^4}{4}+\frac{14t^3}{3}+\frac{12t^2}{2}-2t\right)\Bigg|_0^1=\frac{107}{12}$$

V4. $A_r=\int_{AB} F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int_{AB}(x-y)dx+(xy)dy+(y+$

$$+z)dz=\int_0^1\Big[(-t-1)d(2t-1)-3t(2t-1)d(3t)+(3t+t^2+1)(1+2t)\times$$

$$\times d(t^2+1)\Big]=\int_0^1 (2t^3+24t^2-9t-2)dt=\left(\frac{t^4}{2}+\frac{24t^3}{3}-\frac{9t^2}{2}-2t\right)\Bigg|_0^1=2$$

Q4.62. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x=y$, $F_y=-x$, $F_z=2xy/z^2$, $L: x=t\cos t,\ y=t\sin t,\ z=t$; $A(0,0,0)$ і $B(0,\pi/2,\pi/2)$.

V1. $A_r=\int_{AB} F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int_{AB} ydx-xdy+\frac{2xy}{z^2}dz=$

$$=\int_0^{\pi/2}\left[t\sin t\, d(t\cos t)-t\cos t\, d(t\sin t)+\frac{2t\sin t\cdot t\cos t}{t^2}d\,t\right]=$$

$$=\int_0^{\pi/2}\Big(t\sin t\cos t-t^2\sin^2 t-t\sin t\cos t-t^2\cos^2 t\cos t+\sin 2t\Big)dt=$$

$$=\left(-\frac{t^3}{3}-\frac{1}{2}\cos 2t\right)\Bigg|_0^{\pi/2}=1-\frac{\pi^3}{24}$$

V2. $A_r=\int_{AB} F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int_{AB} ydx-xdy+\frac{2xy}{z^2}dz=$

$$=\int_0^{\pi/2}\left[t\sin t\, d(t\cos t)-t\cos t\, d(t\sin t)+\frac{2t\sin t\cdot t\cos t}{t^2}d\,t\right]=$$

$$=(t^2\sin t+3(t\cos t+\sin t)+\frac{t^2\sin 2t}{2}+\frac{t^3}{6})\Big|_0^{\pi/2}=\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi^3}{48}+\frac{\pi^2}{4}$$

V3. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}ydx-xdy+\frac{2xy}{z^2}dz=$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}\left[t\sin t\,d(t\cos t)-t\cos t\,d(t\sin t)+\frac{2t\sin t\cdot t\cos t}{t^2}d\,t\right]=$$

$$=(-t^2\cos t+3(t\sin t+\cos t)+\frac{t^2\sin 2t}{2})\Big|_0^{\pi/2}=\frac{3\pi}{2}$$

V4. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}ydx-xdy+\frac{2xy}{z^2}dz=$

$$=\int\limits_0^{\pi/2}\left[t\sin t\,d(t\cos t)-t\cos t\,d(t\sin t)+\frac{2t\sin t\cdot t\cos t}{t^2}d\,t\right]=$$

$$=(-t^2\cos t+3(t\sin t+\cos t)+\frac{t^2\sin 2t}{2}+\frac{t^2}{4})\Big|_0^{\pi/2}=\frac{3\pi}{2}+\frac{\pi^2}{4}$$

Q4.63. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x=x$, $F_y=y$, $F_z=z-y^2/2$,
$L: x=e^{2t}-t, y=2e^{-t}, z=t+2$; $A(0,2,2)$ і $B(e^2-1,2/e,3)$.

V1. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}xdx+ydy+(z-y^2/2)dz=$

$$=\int\limits_0^1\left[(e^{2t}-t)d(e^{2t}-t)+2e^{-t}d(2e^{-t})+(t+2-2e^{-2t})d(t+2)\right]=$$

$$=\int\limits_0^1\left(2e^{4t}-2te^{2t}+t+2-3e^{-2t}\right)dt=\frac{e^4}{2}+\frac{3}{2e^2}-\frac{e^2}{2}$$

V2. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} xdx + ydy + (z - y^2/2)dz =$

$$= \int\limits_0^1 \left[(e^{2t} - t)d(e^{2t} - t) + 2e^{-t}d(2e^{-t}) + (t + 2 - 2e^{-t})d(t + 2) \right] =$$

$$= \int\limits_0^1 \left(e^{4t} - 2e^{2t} + 2t^2 + 2 - 3e^{-2t} \right) dt = \frac{e^4}{4} + \frac{3}{2e^2} + \frac{41}{12}$$

V3. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} xdx + ydy + (z - y^2/2)dz =$

$$= \int\limits_0^1 \left[(e^{2t} - t)dt + 2e^{-t}dt + (t + 2 - 2e^{-t})dt \right] =$$

$$= \int\limits_0^1 \left(e^{3t} - e^{2t} + 2t + 2 + e^{-2t} \right) dt = \frac{e^3}{3} - \frac{1}{2e^2} - \frac{e^2}{2} + \frac{3}{2}$$

V4. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} xdx + ydy + (z - y^2/2)dz =$

$$= \int\limits_0^1 \left[(e^{2t} - t)d(e^{2t} - t) + 2e^{-t}d(2e^{-t}) + (t + 2 - 2e^{-2t})d(t + 2) \right] =$$

$$= \int\limits_0^1 \left(2e^{4t} - 3e^{2t} + 2te^t + e^t + 4e^{-2t} \right) dt = \frac{e^4}{2} + \frac{1}{2e^2} + \frac{3e^2}{2} + 3e - 2$$

Q4.64. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x = x^2$, $F_y = z + x$, $F_z = yx$, $L: x = \sin t,\ y = \sin^2 t,\ z = \sin^3 t$; $A(0,0,0)$ і $B(1,1,1)$.

V1. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} x^2 dx + (z + x)dy + yxdz =$

$$=\int_0^{\pi/2}\left[\sin^2 t d(\sin t)+(\sin^3 t+\sin t)d\left(\sin^2 t\right)+\sin^3 t d(\sin^3 t)\right]=$$

$$=\left(\frac{\sin^2 t}{2}+\frac{3\sin^5 t}{5}+\frac{\sin^4 t}{4}\right)\Big|_0^{\pi/2}=\frac{27}{20}$$

V2. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}x^2 dx+(z+x)dy+yxdz=$

$$=\int_0^{\pi/2}\left[\sin^2 t d(\sin t)+(\sin^3 t+\sin t)d\left(\sin^2 t\right)+\sin^3 t d(\sin^3 t)\right]=$$

$$=\left(\frac{\sin^3 t}{3}+\frac{\sin^6 t}{6}+\frac{\sin^4 t}{4}\right)\Big|_0^{\pi/2}=\frac{3}{4}$$

V3. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}x^2 dx+(z+x)dy+yxdz=$

$$=\int_0^{\pi/2}\left[\sin^2 t d(\sin t)+(\sin^3 t+\sin t)d\left(\sin^2 t\right)+\sin^3 t d(\sin^3 t)\right]=$$

$$=\left(\sin^3 t+\frac{2\sin^5 t}{5}+\frac{\sin^6 t}{2}\right)\Big|_0^{\pi/2}=\frac{19}{10}$$

V4. $A_r=\int\limits_{AB}F_x dx+F_y dy+F_z dz=\int\limits_{AB}x^2 dx+(z+x)dy+yxdz=$

$$=\int_0^{\pi/2}\left[\sin^2 t d(\sin t)+(\sin^3 t+\sin t)d\left(\sin^2 t\right)+\sin^3 t d(\sin^3 t)\right]=$$

$$=\left(\frac{\sin^3 t}{6}+\frac{\sin^5 t}{5}+\frac{\sin^6 t}{3}\right)\Big|_0^{\pi/2}=\frac{7}{10}$$

Q4.65. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо

$F_x = y$, $F_y = x^2$, $F_z = z$, $L: x = t,\ y = t^3,\ z = t^5$; $A(0,0,0)$ і $B(1,1,1)$.

V1. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} ydx + x^2 dy + zdz =$

$$= \int_0^1 \left[t^3 dt + t^2 d(t^3) + t^5 d(t^5)\right] = \left(\frac{t^4}{4} + \frac{3t^6}{6} + \frac{t^{11}}{11}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{37}{44}$$

V2. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} ydx + x^2 dy + zdz =$

$$= \int_0^1 \left[t^3 dt + t^2 d(t^3) + t^5 d(t^5)\right] = \left(\frac{t^4}{4} + \frac{3t^5}{5} + \frac{t^{10}}{2}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{27}{20}$$

V3. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} ydx + x^2 dy + zdz =$

$$= \int_0^1 \left[t^3 dt + t^2 d(t^3) + t^5 d(t^5)\right] = \left(\frac{t^4}{4} + \frac{t^3}{3} + \frac{t^6}{6}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{3}{4}$$

V4. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} ydx + x^2 dy + zdz =$

$$= \int_0^1 \left[t^3 dt + t^2 dt + t^5 dt\right) = \left(\frac{t^4}{4} + \frac{t^3}{3} + \frac{t^6}{6}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{23}{12}$$

Q4.66. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x = x$, $F_y = -y$, $F_z = 2z$, $L: x = 2\sin t,\ y = 2\cos t,\ z = 3t$; $A(0,2,0)$ і $B(2,0,3\pi/2)$.

V1. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} xdx - ydy + 2zdz =$

$$= \int_0^{\pi/2} [2\sin t d(2\sin t) - 2\cos t\, d(2\cos t) + 6td(3t)] = \frac{9\pi^2}{4} + 4$$

V2. $A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} xdx - ydy + 2zdz =$

$$= \int_0^{\pi/2} [2\sin t d(2\sin t) - 2\cos t\, d(2\cos t) + 6td(3t)] = \frac{\pi^2}{4}$$

V3. $A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} xdx - ydy + 2zdz =$

$$= \int_0^{\pi/2} [2\sin t d(2\sin t) - 2\cos t\, d(2\cos t) + 6td(3t)] = \frac{\pi^2}{8} - 1$$

V4. $A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} xdx - ydy + 2zdz =$

$$= \int_0^{\pi/2} [2\sin t d(2\sin t) - 2\cos t\, d(2\cos t) + 6td(3t)] = \frac{3\pi^2}{2} + 1$$

Q4.67. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x = x + z$, $F_y = x$, $F_z = z - 1$, $L: x = 3t,\ y = 4t^2 - 1,\ z = t + 1$; $A(0,-1,1)$ і $B(3,3,2)$.

V1. $A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x + z)dx + xdy + (z - 1)dz =$

$$= \int_0^1 \left[(4t+1)d(3t) + 3td(4t^2 - 1) + td(t+1)\right] = \left.\left(\frac{4t^3}{3} + \frac{5t^2}{2} + 3t\right)\right|_0^1 = \frac{9}{6}$$

V2. $A_r = \int_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int_{AB} (x + z)dx + xdy + (z - 1)dz =$

$$=\int_0^1\left[(4t+3)d(3t)+3td(4t^2-1)+td(t+1)\right]=\left(\frac{6t^3}{3}+\frac{10t^2}{2}+3t\right)\Bigg|_0^1=10$$

V3. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}(x+z)dx+xdy+(z-1)dz=$

$$=\int_0^1\left[(4t+1)d(3t)+3td(4t^2-1)+td(t+1)\right]=\left(8t^3+\frac{13t^2}{2}+3t\right)\Bigg|_0^1=\frac{35}{2}$$

V4. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}(x+z)dx+xdy+(z-1)dz=$

$$=\int_0^1\left[(4t+1)dt+3tdt+(t+3)dt\right]=\left(4t^2+4t\right)\Big|_0^1=8$$

Q4.68. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x=3x$, $F_y=y+x$, $F_z=2z$, $L: x=t^3,\ y=2t,\ z=t^2-1$; $A(0,0,-1)$ і $B(1,2,0)$.

V1. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}3xdx+(y+x)dy+2zdz=$

$$=\int_0^1\left[3t^3d(t^3)+(2t+t^3)d(2t)+2(t^2-1)d(t^2-1)\right]=\left(\frac{7t^6}{6}+\frac{3t^4}{4}\right)\Bigg|_0^1=\frac{23}{12}$$

V2. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}3xdx+(y+x)dy+2zdz=$

$$=\int_0^1\left[3t^3d(t^3)+(2t+t^3)d(2t)+2(t^2-1)d(t^2-1)\right]=\left(\frac{9t^6}{6}+\frac{6t^4}{4}\right)\Bigg|_0^1=3$$

V3. $A_r=\int\limits_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int\limits_{AB}3xdx+(y+x)dy+2zdz=$

$$=\int_0^1\left[3t^3d(t^3)+(2t+t^3)d(2t)+2(t^2-1)d(t^2-1)\right]=\left(3t^6+\frac{3t^4}{4}\right)\Bigg|_0^1=\frac{15}{4}$$

V4. $A_r=\int_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int_{AB}3xdx+(y+x)dy+2zdz=$

$$=\int_0^1\left[3t^3d(t^3)+(2t+t^3)d(2t)+2(t^2-1)d(t^2-1)\right]=\left(\frac{9t^6}{2}-\frac{t^2}{2}\right)\Bigg|_0^1=7$$

Q4.69. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F}=F_x\vec{i}+F_y\vec{j}+F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x=x$, $F_y=-y$, $F_z=z/2$, $L: x=\cos(t/2),\ y=\sin t,\ z=t^2$; $A(1,0,0)$ і $B\left(\sqrt{2}/2,1,\pi^2/4\right)$.

V1. $A_r=\int_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int_{AB}xdx-ydy+\frac{z}{2}dz=$

$$=\int_0^{\pi/2}\left[\cos\frac{t}{2}d\left(\cos\frac{t}{2}\right)-\sin t\,d(\sin t)+\frac{t^2}{2}d(t^2)\right]=\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}$$

V2. $A_r=\int_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int_{AB}xdx-ydy+\frac{z}{2}dz=$

$$=\int_0^{\pi/2}\left[\cos\frac{t}{2}d\left(\cos\frac{t}{2}\right)-\sin t\,d(\sin t)+\frac{t^2}{2}d(t^2)\right]=\frac{\pi^4}{4}+2$$

V3. $A_r=\int_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int_{AB}xdx-ydy+\frac{z}{2}dz=$

$$=\int_0^{\pi/2}\left[\cos\frac{t}{2}dt-\sin t\,d(\sin t)+\frac{t^2}{2}dt\right]=\frac{\pi^2}{4}-3$$

V4. $A_r=\int_{AB}F_xdx+F_ydy+F_zdz=\int_{AB}xdx-ydy+\frac{z}{2}dz=$

$$= \int_0^{\pi/2} \left[\cos\frac{t}{2} d\left(\cos\frac{t}{2} \right) - \sin t\, d(\sin t) + \frac{t^2}{2} d(t^2) \right] = \frac{\pi^4}{64} - 1$$

Q4.70. Обчислити роботу A_r сили $\vec{F} = F_x\vec{i} + F_y\vec{j} + F_z\vec{k}$ при переміщенні вздовж кривої L від точки A до точки B, якщо $F_x = x\,, F_y = y - x\,, F_z = z^2$, $L: x = 3\cos t,\ y = \sin t,\ z = \cos 2t$; $A(3,0,1)$ і $B(0,1,-1)$.

V1. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} x dx + (y - x) dy + z^2 dz =$

$$= \int_0^{\pi/2} \left[3\cos t d(3\cos t) + (\sin t - 3\cos t) d(\sin t) + \cos^2 2t d(\cos 2t) \right] =$$

$= 3\pi/4 - 2/3$

V2. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} x dx + (y - x) dy + z^2 dz =$

$$= \int_0^{\pi/2} \left[3\cos t dt + (\sin t - 3\cos t) dt + \cos^2 2t dt \right] = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}$$

V3. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} x dx + (y - x) dy + z^2 dz =$

$$= \int_0^{\pi/2} \left[3\cos t d(3\cos t) + (\sin t - 3\cos t) d(\sin t) + \cos^2 2t d(\cos 2t) \right] =$$

$= -3\pi/4 - 13/3$

V4. $A_r = \int\limits_{AB} F_x dx + F_y dy + F_z dz = \int\limits_{AB} x dx + (y - x) dy + z^2 dz =$

$$= \int_0^{\pi/2} \left[-3\cos t \cdot 3\sin t + \sin t \cos t - 3\cos^2 t - 2\cos^2 2t \sin 2t \right] = \frac{\pi}{4}$$

З М І С Т

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

Анатолій Іванович Колосов,
Анатолій Вікторович Якунін,
Юлія Валеріївна Ситникова

ЗБІРНИК ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ. ЧАСТИНА ЧЕТВЕРТА: КРАТНІ ТА КРИВОЛІНІЙНІ ІНТЕГРАЛИ

Відповідальний за випуск: С.О. Станішевський

Редактор: М.З. Аляб'єв

План 2008, поз. 25 Н

Підп. до друку 15.10.08 Формат 60х84 1/16 Папір офісний
Друк на ризографі. Умовн.-друк.арк 9,0 Обл.-вид.арк. 9,5
Тираж 100 прим. Зам. №

ХНАМГ, 61002, Харків, вул. Революції, 12

Сектор оперативної поліграфії ЦНІТ ХНАМГ
ХНАМГ, 61002, Харків, вул. Революції, 12