МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Харківська національна академія міського господарства

А.І. Колосов, А.В. Якунін, Л.В. Наземцева

ЗБІРНИК ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ. ЧАСТИНА ДРУГА

(для студентів спеціальностей 7.050106 "Облік і аудит", 7.050107 "Економіка підприємства")

Харків – ХНАМГ – 2006

УДК 516+517

Колосов А.І., Якунін А.В., Наземцева Л.В.

Збірник тестових завдань з вищої математики. Частина друга (для студентів спеціальностей 7.050106 "Облік і аудит", 7.050107 "Економіка підприємства"). – Харків: ХНАМГ, 2006. – 110 с.

Рецензент: д.ф.-м.н., проф. М.Й. Кадець

Рекомендовано кафедрою вищої математики,
протокол № 6 від 27 січня 2006 р.

Передмова

У цьому навчально-методичному посібнику подано тестові завдання з усіх розділів вищої математики, вивчення яких передбачено в другому семестрі згідно з діючою програмою для спеціальностей 7.050106 "Облік і аудит", 7.050107 "Економіка підприємства". Тести призначені для оперативної перевірки поточної успішності, а також можуть використовуватися для організації модульного контролю.

Тестові завдання мають закриту форму з вибором однієї правильної відповіді з декількох запропонованих. Кожне завдання позначено символом Q з порядковим номером, а далі наведено варіанти відповідей, позначені символом V з порядковим номером.

1. Визначники

Q1.1. Що називається мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n n-го порядку?

V1. Мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n називається визначник $(n-1)$-шого порядку, який утворюється з елементів вихідного визначника Δ_n, що залишаються після викреслювання j-го рядка та j-го стовпця.

V2. Мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n називається визначник $(n-1)$-шого порядку, який утворюється з елементів вихідного визначника Δ_n, що залишаються після викреслювання i-го рядка та i-го стовпця.

V3. Мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n називається визначник, який утворюється з елементів вихідного визначника Δ_n, якщо переставити місцями відповідні елементи i-го рядка та j-го стовпця.

V4. Мінором M_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n називається визначник $(n-1)$-шого порядку, який утворюється з елементів вихідного визначника Δ_n, що залишаються після викреслювання i-го рядка та j-го стовпця, на перетині яких розташований елемент a_{ij}.

Q1.2. Що називається алгебраїчним доповненням A_{ij} елемента a_{ij} визначника Δ_n n-го порядку?

V1. $A_{ij} = (-1)^{i-j} M_{ij}$. V2. $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$.

V3. $A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ji}$. V4. $A_{ij} = (-1)^{2+i} M_{ij}$.

Q1.3. Визначник другого порядку $\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix}$ дорівнює:

V1. $a_{11}a_{21} + a_{22}a_{12}$. V2. $a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$. V3. $a_{11}a_{22} + a_{12}a_{21}$.

V4. $a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22}$.

Q1.4. Визначник третього порядку $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ дорівнює (через A_{ij} позначено алгебраїчне доповнення елемента a_{ij}):

V1. $a_{11}A_{11} + a_{12}A_{11} + a_{13}A_{11}$. V2. $a_{11}A_{11} + a_{12}A_{21} + a_{13}A_{31}$.

V3. $a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13}$. V4. $a_{11}A_{21} + a_{12}A_{22} + a_{13}A_{23}$.

Q1.5. Визначник третього порядку $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ дорівнює (через A_{ij} позначено алгебраїчне доповнення елемента a_{ij}):

V1. $a_{11}A_{11}+a_{21}A_{21}+a_{31}A_{31}$. V2. $a_{11}A_{11}+a_{21}A_{22}+a_{31}A_{33}$.

V3. $a_{11}A_{31}+a_{21}A_{32}+a_{31}A_{33}$. V4. $a_{11}A_{11}+a_{21}A_{12}+a_{31}A_{13}$.

Q1.6. Визначник третього порядку $\Delta_4=\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix}$ дорівнює (через A_{ij} позначено алгебраїчне доповнення елемента a_{ij}):

V1. $a_{31}A_{11}+a_{32}A_{22}+a_{33}A_{33}+a_{34}A_{44}$.

V2. $a_{11}A_{11}+a_{21}A_{12}+a_{31}A_{13}+a_{41}A_{14}$.

V3. $a_{31}A_{21}+a_{32}A_{22}+a_{33}A_{23}+a_{34}A_{24}$.

V4. $a_{11}A_{11}+a_{21}A_{21}+a_{31}A_{31}+a_{41}A_{41}$.

Q1.7. Чому дорівнює визначник $\Delta=\begin{vmatrix} ka_1 & kb_1 & kc_1 \\ ka_2 & kb_2 & kc_2 \\ ka_3 & kb_3 & kc_3 \end{vmatrix}$?

V1. $k\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$. V2. $k^2\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$. V3. $k^3\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$.

V4. 0.

Q1.8. Застосовуючи властивості визначників і не обчислюючи їх, встановити, який з наступних визначників є парним числом?

V1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$. V2. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & 4 & 0 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} 1 & -4 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & -4 & 0 \end{vmatrix}$. V4. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & -4 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$.

Q1.9. Чому дорівнює визначник $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & ka_1 & c_1 \\ a_2 & ka_2 & c_2 \\ a_3 & ka_3 & c_3 \end{vmatrix}$?

V1. k. V2. 0. V3. k^3. V4. 1.

Q1.10. Чому дорівнює сума добутків елементів деякого стовпця (рядка) визначника $\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$ на алгебраїчні доповнення елементів іншого паралельного стовпця (рядка): $a_{i1}A_{k1} + a_{i2}A_{k2} + a_{i3}A_{k3}$, $k \neq i$ $\left(a_{1j}A_{1k} + a_{2j}A_{2k} + a_{3j}A_{3k}\text{, } k \neq j\right)$?

V1. 1. V2. 0. V3. Δ_3. V4. $k\Delta_3$.

Q1.11. Не обчислюючи визначників, встановити, який з наступних визначників ділиться на „3”?

V1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$. V2. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 6 \\ -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix}$. V4. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

Q1.12. Не обчислюючи визначників, встановити, який з наступних визначників ділиться на „4”?

V1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 6 & 3 \\ 2 & 4 & 8 \end{vmatrix}$.　　V2. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 5 \end{vmatrix}$.　　V4. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 4 \end{vmatrix}$.

Q1.13. Не обчислюючи визначників, встановити, який з наступних визначників ділиться на „10"?

V1. $\begin{vmatrix} 1 & 5 & -3 \\ 2 & 30 & 4 \\ 0 & 10 & 7 \end{vmatrix}$.　　V2. $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 30 & 3 \\ 0 & 10 & 7 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} 1 & 5 & -3 \\ 2 & 10 & 6 \\ 0 & 9 & 7 \end{vmatrix}$.　　V4. $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 10 & 6 \\ 0 & 7 & 2 \end{vmatrix}$.

Q1.14. Не обчислюючи визначників, встановити, які два визначника відрізняються лише знаком?

V1. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & 1 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & -4 \\ 5 & 4 & -1 \end{vmatrix}$.

V2. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & -1 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \\ -1 & 4 & 5 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & -1 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & 4 \\ 5 & 4 & -1 \end{vmatrix}$.

V4. $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -2 & -4 & -3 \\ 5 & -1 & 4 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 4 \\ 5 & 4 & -1 \end{vmatrix}$.

Q1.15. Не обчислюючи визначників, встановити, сумою яких двох визначників є визначник $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & 5 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix}$?

V1. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix}$. V2. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 2 & 7 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -3 & 3 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix}$. V4. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & 7 \\ 2 & 1 & 7 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 7 \end{vmatrix}$.

Q1.16. Не обчислюючи визначників, встановити, які визначники рівні між собою?

V1. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 5 \end{vmatrix}$. V2. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 4 & 0 & 4 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & -1 & 5 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$. V4. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{vmatrix}$.

Q1.17. Не обчислюючи визначників, встановити, які визначники рівні між собою?

V1. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 4 \\ 3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$. V2. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & -4 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 4 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & -1 & 3 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 3 & 3 \\ 3 & 4 & 0 \end{vmatrix}$.　V4. $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$ і $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 0 & 2 & 0 \end{vmatrix}$.

Q1.18. Застосовуючи властивості визначників і не обчислюючи їх, встановити, який з наступних визначників дорівнює визначнику $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & 8 \\ 0 & 7 & -5 \end{vmatrix}$?

V1. $\begin{vmatrix} -1 & 2 & -3 \\ -1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.　V2. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 3 & 5 \\ 3 & 2 & 4 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.　V4. $\begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -1 & 3 & 5 \\ 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.

Q1.19. Застосовуючи властивості визначників і не обчислюючи їх, встановити, який з наступних визначників дорівнює „0"?

V1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.　V2. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & -3 & 2 \\ 3 & 6 & -3 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 5 & 2 \\ 0 & 6 & 1 \end{vmatrix}$.　V4. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

Q1.20. Для якого визначника алгебраїчне доповнення A_{31} дорівнює числу „-12"?

V1. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 1 \\ -1 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$. V2. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$. V3. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$. V4. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix}$.

Q1.21. Для якого визначника мінор A_{21} дорівнює „+9”?

V1. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & -4 & 5 \\ 6 & 1 & -3 \end{vmatrix}$. V2. $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 5 \\ 6 & 1 & 4 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & -4 & 5 \\ 6 & 0 & 4 \end{vmatrix}$. V4. $\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & -4 & 5 \\ 6 & 0 & 3 \end{vmatrix}$.

Q1.22. Для якого визначника алгебраїчне доповнення A_{42} дорівнює числу „0”?

V1. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 5 & 0 \\ -1 & 5 & 4 & 1 \end{vmatrix}$. V2. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 3 & 2 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$. V4. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$.

Q1.23. Який з визначників має діагональну структуру?

V1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \end{vmatrix}$. V2. $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix}$. V3. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$. V4. $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix}$.

Q1.24. Який з визначників має трикутну структуру?

V1. $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 5 & 2 & 3 \end{vmatrix}$. V2. $\begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 4 \end{vmatrix}$. V3. $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{vmatrix}$. V4. $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \end{vmatrix}$.

Q1.25. Який з визначників дорівнює добутку діагональних елементів $a_1 b_2 c_3$?

V1. $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & 0 \\ a_2 & b_2 & 0 \\ a_3 & b_{.3} & c_3 \end{vmatrix}$. V2. $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ 0 & b_2 & c_2 \\ 0 & 0 & c_3 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} a_1 & 0 & 0 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ 0 & 0 & c_3 \end{vmatrix}$. V4. $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & 0 \\ 0 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$.

Q1.26. Який з визначників дорівнює числу „30”?

V1. $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$. V2. $\begin{vmatrix} 5 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$. V3. $\begin{vmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 4 & 8 & 2 \end{vmatrix}$. V4. $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 4 & 0 & 0 \end{vmatrix}$.

Q1.27. Який з визначників дорівнює числу „18”?

V1. $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 2 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 4 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix}$. V2. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 3 & 7 & 3 & 0 \\ -1 & 4 & 2 & 5 \end{vmatrix}$.

V3. $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 7 & 1 & 2 \end{vmatrix}$. V4. $\begin{vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 7 & 4 \end{vmatrix}$.

2. Матриці та дії над ними

Q2.1. Яка матриця називається транспонованою A^T до матриці

$$A=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}?$$

V1. $\begin{pmatrix} a_{1n} & a_{2(n-1)} & \dots & a_{11} \\ a_{2n} & a_{2(n-1)} & \dots & a_{21} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{mn} & a_{m(n-1)} & \dots & a_{m1} \end{pmatrix}$. V2. $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \\ a_{(m-1)1} & a_{(m-2)2} & \dots & a_{(m-1)n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \end{pmatrix}$. V4. $A^T=-A$.

Q2.2. Які дві матриці є взаємно транспонованими?

V1. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

V2. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

V4. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ і $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Q2.3. Яка квадратна матриця є одиничною?

V1. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}$. V2. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$.

V3. $E = \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$. V4. $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Q2.4. Сумою яких двох матриць є матриця $\begin{pmatrix} 8 & 1 \\ 7 & -4 \end{pmatrix}$?

V1. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$. V2. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -7 & 4 \end{pmatrix}$. V4. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$.

Q2.5. Різницею яких двох матриць є матриця $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ -3 & -11 \end{pmatrix}$?

V1. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & -21 \\ 3 & 40 \end{pmatrix}$. V2. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$. V4. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & -7 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$.

Q2.6. Що називається добутком матриці A на число α?

V1. Добутком матриці A на число α називається нова матриця $C = \alpha A$, яка відрізняється від матриці A тим, що кожний елемент першого рядка матриці A помножається на число α

$$\alpha A = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \dots & \alpha a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

V2. Добутком матриці A на число α називається нова матриця $C = \alpha A$, яка відрізняється від матриці A тим, що кожний елемент першого стовпця матриці A помножається на число α

$$\alpha A = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \alpha a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

V3. Добутком матриці A на число α називається нова матриця $C = \alpha A$, яка відрізняється від матриці A тим, що кожний елемент матриці A помножається на число α

$$\alpha A = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & \alpha a_{12} & \dots & \alpha a_{1n} \\ \alpha a_{21} & \alpha a_{22} & \dots & \alpha a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \alpha a_{m1} & \alpha a_{m2} & \dots & \alpha a_{mn} \end{pmatrix}.$$

V4. Добутком матриці A на число α називається нова матриця $C = \alpha A$, яка відрізняється від матриці A тим, що кожний елемент головної діагоналі матриці A помножається на число α

$$\alpha A = \begin{pmatrix} \alpha a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & \alpha a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & \alpha a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Q2.7. Добутком числа $\alpha = 2$ на матрицю $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$ є

V1. $\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ -2 & -8 \end{pmatrix}$.

V2. $\begin{pmatrix} 6 & 10 \\ -1 & -4 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$.

V4. $\begin{pmatrix} 6 & 5 \\ -1 & -8 \end{pmatrix}$.

Q2.8. Що називається добутком матриці A розміру $m \times n$ на матрицю B розміру $n \times p$?

V1. Матриця $C = AB$ розміру $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої обчислюється за правилом $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + a_{i2} \cdot b_{2j} + \dots + a_{in} \cdot b_{nj}$.

V2. Матриця $C = AB$ розміру $m \times p$, кожний елемент c_{ij} якої обчислюється за правилом $c_{ij} = a_{j1}b_{1i} + a_{j2} \cdot b_{2i} + \dots + a_{jn} \cdot b_{ni}$.

V3. Матриця $C = AB$ розміру $p \times m$, кожний елемент c_{ij} якої обчислюється за правилом $c_{ij} = a_{i1}b_{1i} + a_{i2} \cdot b_{2i} + \dots + a_{in} \cdot b_{ni}$.

V4. Квадратна матриця $C = AB$ q-того порядку $(q = \min\{m, n, p\})$, кожний елемент c_{ij} якої обчислюється за правилом $c_{ij} = a_{j1}b_{1i} + a_{j2} \cdot b_{2i} + \dots + a_{jq} \cdot b_{qi}$.

Q2.9. Добутком яких двох матриць є матриця $\begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 2 \end{pmatrix}$?

V1. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

V2. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

V4. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

Q2.10. Добутком яких двох матриць є матриця $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$?

V1. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

V2. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 0 \end{pmatrix}$.

V4. $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Q2.11. Добутком яких двох матриць є матриця $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$?

V1. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

V2. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

V4. $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Q2.12. Визначник якої матриці A дорівнює 18?

V1. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ 6 & 7 & 0 \end{pmatrix}$.

V2. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$.

V3. $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 6 \end{pmatrix}$.　　V4. $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$.

Q2.13. Визначник якої матриці A дорівнює 1?

V1. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$.　　V2. $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

V3. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.　　V4. $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

Q2.14. Яка з матриць має визначник, що дорівнює 72?

V1. $A=\begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$.　　V2. $A=\begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 0 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 13 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

V3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 4 & 4 & 0 \\ 7 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.　　V4. $A=\begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 \\ 7 & 6 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

Q2.15. Яка матриця A^{-1} називається оберненою до матриці A?

V1. Квадратна матриця A^{-1} того ж порядку, що і A, називається оберненою до A, якщо $A\cdot A^{-1}=0$.

V2. Квадратна матриця A^{-1} того ж порядку, що і A, називається оберненою до A, якщо $A\cdot A^{-1}=A^{-1}A=E$, де E – одинична матриця того ж порядку.

V3. Квадратна матриця A^{-1} того ж порядку, що і A, називається оберненою до A, якщо $A^{-1}A = A$.

V4. Квадратна матриця A^{-1} того ж порядку, що і A, називається оберненою до A, якщо $A \cdot A^{-1} = A$.

Q2.16. Для якої матриці A існує обернена матриця A^{-1}?

V1. Матриця A повинна бути прямокутною розміру $m \times n$, причому кількість рядків m більша кількості стовпців n $(m > n)$.

V2. Матриця A повинна бути квадратною $(m = n)$ і особливою $(\det A = 0)$.

V3. Матриця A повинна бути прямокутною розміру $m \times n$, причому кількість рядків m менша кількості стовпців n $(m < n)$.

V4. Для того, щоб матриця A мала обернену A^{-1} необхідно і достатньо, щоб матриця A була квадратною $(m = n)$ і неособливою $(\det A \neq 0)$.

Q2.17. Яка матриця S називається приєднаною до матриці A?

V1. $\begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & M_{22} & \dots & M_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & M_{nn} \end{pmatrix}$. V2. $\begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$. V4. $\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$.

(Тут M_{ij} і A_{ij} – відповідно мінор і алгебраїчне доповнення елемента a_{ij} матриці A).

Q2.18. Нехай матриця S є приєднаною до матриці A. За якою формулою обчислюється обернена матриця A^{-1} до матриці A?

V1. $A^{-1} = \det A \cdot S^T$.

V2. $A^{-1} = \det A \cdot S$.

V3. $A^{-1} = \dfrac{1}{\det A} \cdot S^T$.

V4. $A^{-1} = \dfrac{1}{\det A} \cdot S$.

Q2.19. Для якої матриці A оберненою є матриця

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}?$$

V1. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.

V2. $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$.

V3. $A = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 5 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

V4. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 5 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.

Q2.20. Яка матриця є виродженою (особливою)?

V1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$.

V2. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4 \\ 4 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

V4. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

Q2.21. Яка з матриць є виродженою (особливою)?

V1. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -6 & -4 \end{pmatrix}$. V2. $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. V3. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$. V4. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$.

Q2.22. Яка з матриць є невиродженою (неособливою)?

V1. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

V2. $\begin{pmatrix} 4 & 5 & 5 & 0 \\ 2 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 3 & 5 \end{pmatrix}$.

V4. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 7 & 5 & 10 \end{pmatrix}$.

Q2.23. Для якої матриці A приєднана матриця S має вигляд

$$S = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}?$$

V1. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

V2. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

V3. $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

V4. $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Q2.24. Для якої матриці A приєднана матриця S має вигляд

$$S = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ -5 & 3 \end{pmatrix}?$$

V1. $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -5 & 6 \end{pmatrix}$.

V2. $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -4 & 7 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

V3. $A=\begin{pmatrix} 2 & 5 & 0 \\ -4 & 7 & 1 \end{pmatrix}$. V4. $A=\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$.

Q2.25. Для якої матриці A обернена матриця має вигляд

$$A^{-1}=\begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}?$$

V1. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. V2.. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

V3. $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$. V4. $A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

Q2.26. При якій умові квадратна система лінійних рівнянь $AX = B$, де A – квадратна матриця, X – матриця-стовпець невідомих, B – матриця-стовпець вільних членів, має єдиний розв'язок і за якою формулою він обчислюється?

V1. A – особлива матриця $(\det A = 0)$ і $X = A^{-1}B$.

V2. A – неособлива матриця $(\det A \neq 0)$ і $X = A^{-1}B$.

V3. A – неособлива матриця $(\det A \neq 0)$ і $X = BA^{-1}$.

V4. A – неособлива матриця $(\det A \neq 0)$ і $X = ABA^{-1}$.

Q2.27. За якою формулою обчислюється розв'язок X матричного рівняння $AX = B$, де A – квадратна неособлива матриця $(\det A \neq 0)$?

V1. $X = A^{-1}B$. V2. $X = BA^{-1}$.

V3. $X = A^{-1}BA$. V4. $X = ABA^{-1}$.

Q2.28. За якою формулою обчислюється розв'язок X матричного рівняння $XA = B$, де A – квадратна неособлива матриця $(\det A \neq 0)$?

V1. $X = A^{-1}B$. V2. $X = BA^{-1}$.

V3. $X = A^{-1}BA$. V4. $X = ABA^{-1}$.

Q2.29. За якою формулою обчислюється розв'язок X матричного рівняння $AXB = C$, де A і B – квадратні неособливі матриці?

V1. $X = B^{-1}C\,A^{-1}$. V2. $X = A^{-1}C\,B^{-1}$.

V3. $X = B^{-1}C\,A^{-1}$. V4. $X = A^{-1}B^{-1}C$.

Q2.30. Яке матричне рівняння має розв'язок $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \end{pmatrix}$?

V1. $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & -1 \end{pmatrix}$. V2. $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 1 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 7 \end{pmatrix}$. V4. $\begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 & -4 \end{pmatrix}$.

Q2.31. Яке матричне рівняння має розв'язок $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$?

V1. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 7 \end{pmatrix}$. V2. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 25 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 7 \end{pmatrix}$. V3. $\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 23 \end{pmatrix}$.

Q2.32. Яке матричне рівняння має розв'язок

$$\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}?$$

V1. $\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

V2. $\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 10 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \,= \begin{pmatrix} 7 & 7 & 5 \end{pmatrix}$.

V4. $\begin{pmatrix} x & y & z \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 11 \end{pmatrix}$.

Q2.33. Яке матричне рівняння має розв’язок $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$?

V1. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$. V2. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$. V4. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Q2.34. Яке матричне рівняння має розв’язок

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}?$$

V1. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

V2. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

V4. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Q2.35. Яке матричне рівняння має розв’язок

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}?$$

V1. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

V2. $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

V3. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

V4. $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь

Q3.1. При якій умові квадратна система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}, \text{ де } \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

– головний визначник системи, має єдиний розв'язок?

V1. $\Delta = 0$. V2. $\Delta \geq 0$. V3. $\Delta \leq 0$. V4. $\Delta \neq 0$.

Q3.2. При якій достатній умові квадратна система лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n \end{cases}, \text{ де } \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

– головний визначник системи і

$$\Delta^{(1)} = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ b_n & a_{n2} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}, \quad \Delta^{(2)} = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & b_n & a_{n3} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix},$$

$$\ldots, \quad \Delta^{(n)} = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & b_2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n2} & \ldots & b_n \end{vmatrix}$$

– допоміжні визначники системи, не має жодного розв'язку?

V1. $\Delta \neq 0$, $\Delta^{(j)} = 0$ $(j = 1, 2, \ldots, n)$.

V2. $\Delta > 0$, $\Delta^{(j)} \neq 0$, $j \in \{1, 2, ..., n\}$.

V3. $\Delta = 0$, $\Delta^{(j)} = 0$ $(j = 1, 2, ..., n)$.

V4. $\Delta = 0$, а хоча б один із визначників $\Delta^{(j)}$ $(j = 1, 2, ..., n)$ відмінний від нуля.

Q3.3. Необхідною і достатньою умовою наявності ненульового розв'язку однорідної квадратної системи лінійних рівнянь

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = 0 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = 0 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = 0 \end{cases}, \text{ де } \Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \ldots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \ldots & a_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_{n1} & a_{n1} & \ldots & a_{nn} \end{vmatrix}$$

– головний визначник, є

V1. $\Delta = 0$. V2. $\Delta \geq 0$. V3. $\Delta \leq 0$. V4. $\Delta \neq 0$.

Q3.4. Система лінійних рівнянь $AX = B$ має безліч розв'язків тоді і тільки тоді, коли

V1. Ранг розширеної матриці $C = (A \mid B)$ менший рангу основної матриці A і менший числа невідомих.

V2. Ранг розширеної матриці $C = (A \mid B)$ більший рангу основної матриці A, але менший числа невідомих.

V3. Ранг розширеної матриці $C = (A \mid B)$ дорівнює рангу основної матриці A і менший числа невідомих.

V4. Ранг розширеної матриці $C = (A \mid B)$ дорівнює рангу основної матриці A і дорівнює числу невідомих.

Q3.5. Яка система двох лінійних рівнянь має розв'язок $x = 3$, $y = 4$?

V1. $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} x + 2y = 11 \\ 2x + y = 11 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+2y=11 \\ 2x+y=10 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} x-2y=11 \\ 2x+y=10 \end{cases}$.

Q3.6. Яка система двох лінійних рівнянь еквівалентна системі

$$\begin{cases} 3x \qquad = 9 \\ \qquad 5y = 15 \end{cases}?$$

V1. $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x-y=7 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x-3y=5 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} 2x+y=6 \\ 3x-2y=5 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} x+y=6 \\ 3x+y=12 \end{cases}$.

Q3.7. Які пари систем лінійних рівнянь еквівалентні між собою?

V1. $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=5 \end{cases}$ і $\begin{cases} x+2y=3 \\ 8y=10 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} x+2y=3 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$ і $\begin{cases} x+2y=3 \\ 8y=8 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x-y=1 \end{cases}$ і $\begin{cases} x+2y=3 \\ 5y=6 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} x+2y=3 \\ 5x-3y=7 \end{cases}$ і $\begin{cases} x+2y=3 \\ 9y=18 \end{cases}$.

Q3.8. Яка система двох лінійних рівнянь має єдиний розв’язок?

V1. $\begin{cases} 5x-3y=8 \\ 10x-6y=15 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} 3x+2y=3 \\ 15x+10y=1 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+3y=4 \\ 3x-y=2 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} x+y=6 \\ 2x-3y=-3 \end{cases}$.

Q3.9. Яка система двох лінійних рівнянь еквівалентна одному рівнянню з двома невідомими?

V1. $\begin{cases} x+3y=5 \\ 2x+6y=10 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} x+3y=5 \\ 2x+6y=9 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+3y=5 \\ 2x+6y=10 \end{cases}$.   V4. $\begin{cases} x+3y=5 \\ 2x+5y=9 \end{cases}$.

Q3.10. Яка система двох лінійних рівнянь має безліч розв'язків?

V1. $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-3y=-4 \end{cases}$.   V2. $\begin{cases} 7x-y=5 \\ 14x-2y=10 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x+y=4 \end{cases}$.   V4. $\begin{cases} 7x-y=5 \\ 14x-2y=9 \end{cases}$.

Q3.11. Яка система двох лінійних рівнянь не має жодного розв'язку?

V1. $\begin{cases} 7x+y=5 \\ 21x+3y=9 \end{cases}$.   V2. $\begin{cases} 7x+y=5 \\ 14x+2y=10 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} 7x+y=5 \\ 21x-3y=9 \end{cases}$.   V4. $\begin{cases} 7x+y=5 \\ 14x-2y=10 \end{cases}$.

Q3.12. Яка система трьох лінійних рівнянь має розв'язок $x=1,\ y=2,\ z=-3$?

V1. $\begin{cases} x+y-z=6 \\ 2x+3y+z=5 \\ -x+2y-z=6 \end{cases}$.   V2. $\begin{cases} x+y-z=6 \\ 2x+3y+z=5 \\ x+2y-z=6 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+y-z=6 \\ 2x-3y+z=5 \\ -x+2y-z=6 \end{cases}$.   V4. $\begin{cases} x+y-z=6 \\ 2x+3y+z=6 \\ -x+2y-z=6 \end{cases}$.

Q3.13. Яка однорідна квадратна система має ненульовий розв'язок?

V1. $\begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x-3y+2z=0 \\ 4x+y-z=0 \end{cases}$.   V2. $\begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x-3y+z=0 \\ 4x+2y-z=0 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x-3y+z=0 \\ 4x+y-z=0 \end{cases}$.   V4. $\begin{cases} x+2y-2z=0 \\ 2x-3y+z=0 \\ 4x+y-z=0 \end{cases}$.

Q3.14. Яка система трьох лінійних рівнянь еквівалентна системі

$$\begin{cases} 3x \qquad\qquad =15 \\ \quad 2y \qquad =4 \\ \qquad\quad 5z=5 \end{cases} ?$$

V1. $\begin{cases} x+y+z=6 \\ x-y+z=2 \\ 3x+y+2z=11 \end{cases}$.   V2. $\begin{cases} x+y+z=8 \\ x-y+z=4 \\ 3x+y+2z=19 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+y+z=8 \\ x-y+z=4 \\ 2x-y+2z=5 \end{cases}$.   V4. $\begin{cases} x+y+z=8 \\ x+2y+z=5 \\ 3x+y+2z=19 \end{cases}$.

Q3.15. Яка з систем трьох лінійних рівнянь еквівалентна системі

$$\begin{cases} x+y+z=6 \\ \quad 3y+z=9 \\ \qquad\ 7z=21 \end{cases} ?$$

V1. $\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x-y+z=3 \\ 5x+2y-3x=0 \end{cases}$.   V2. $\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x-y+z=3 \\ 5x+2y-3z=1 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x-y+z=3 \\ 4x+2y-3z=0 \end{cases}$.   V4. $\begin{cases} x+y+z=6 \\ 2x-y+z=2 \\ 5x+2y-3z=1 \end{cases}$.

Q3.16. Яка система трьох лінійних рівнянь має єдиний розв'язок?

V1. $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-2y \quad =5 \\ -5x+5y=3 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x-2y \quad =5 \\ 7x \qquad\quad =5 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+y+z=3 \\ \quad 3y-z=5 \\ -6y+2z=3 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} x+y+z=3 \\ x+z=1 \\ 3x+3z=4 \end{cases}$.

Q3.17. Яка система трьох лінійних рівнянь еквівалентна системі двох рівнянь з трьома невідомими?

V1. $\begin{cases} x+2y-z=3 \\ 2x-y+3z=5 \\ 3x+y+4z=8 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} x+2y-z=3 \\ 2x-y+3z=5 \\ 3x+2y+3z=8 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+2y-z=3 \\ 2x-y+3z=5 \\ 3x+y+2z=8 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} x+2y-z=3 \\ 2x-y+3z=5 \\ 2x+y+2z=8 \end{cases}$.

Q3.18. Яка система трьох лінійних рівнянь має безліч розв'язків?

V1. $\begin{cases} x-y+z=1 \\ 3x+y-z=3 \\ x+2y-z=2 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} x-y+z=1 \\ 3x+y-z=3 \\ 5x-y+z=5 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x-y+z=1 \\ 3x+y-z=3 \\ 2x-3y+2z=1 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} x-y+z=1 \\ x+y-z=1 \\ 3x+2y+z=6 \end{cases}$.

Q3.19. Яка система трьох лінійних рівнянь не має жодного розв'язку?

V1. $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x+3y-z=4 \\ 5x+6y+2z=13 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x+3y-z=4 \\ x+2y-z=1 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x+3y-z=4 \\ 5x+6y+7z=18 \end{cases}$.   V4. $\begin{cases} x+y+z=3 \\ 2x+3y-z=4 \\ 5x+6y+2z=12 \end{cases}$.

Q3.20. Яка система трьох лінійних рівнянь еквівалентна одному рівнянню з трьома невідомими?

V1. $\begin{cases} 2x-y+5z=7 \\ 5x-3y+15z=21 \\ 3x-2y+10z=14 \end{cases}$.   V2. $\begin{cases} 2x-y+5z=7 \\ 3x-2y+5z=14 \\ 5x-4y+10z=21 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} 2x-y+5z=7 \\ 6x-3y+15z=21 \\ 4x-y+10z=14 \end{cases}$.   V4. $\begin{cases} 2x-y+5z=7 \\ 6x-3y+15z=21 \\ 4x-2y+10z=14 \end{cases}$.

Q3.21. Яка з систем трьох лінійних рівнянь має єдиний розв’язок?

V1. $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x-z=1 \\ 7x+y-3z=5 \end{cases}$.   V2. $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x-z=1 \\ 7x+y-3z=6 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x-z=1 \\ 3y+z=4 \end{cases}$.   V4. $\begin{cases} x+y=2 \\ 2x-z=1 \\ 3x+y-z=3 \end{cases}$.

Q3.22. Знайти розв’язки системи

$$\begin{cases} x-4y+z=6 \\ x-3y-2z=2 \\ -x+2y+5z=2 \end{cases}.$$

V1. $x=12+11t,\ \ y=4-3t,\ \ z=t,\ t\in R$.

V2. $x=22+11t,\ \ y=4+3t,\ \ z=t,\ t\in R$.

V3. $x=2+15t,\ \ y=4+2t,\ \ z=t,\ t\in R$.

V4. $x=11-22t,\ \ y=2+3t,\ \ z=t,\ t\in R$.

Q3.23. Знайти розв’язки системи

$$\begin{cases} x+y-3z=2 \\ x+2y+z=1 \\ 3x+5y-z=4 \end{cases}.$$

V1. $x=3+7t$, $y=-1-4t$, $z=t$, $t\in R$.

V2. $x=5+2t$, $y=-1-5t$, $z=t$, $t\in R$.

V3. $x=2+3t$, $y=-4+5t$, $z=t$, $t\in R$.

V4. $x=8-7t$, $y=2+3t$, $z=t$, $t\in R$.

Q3.24. Знайти розв’язки системи

$$\begin{cases} x-3y-2z=0 \\ x-2y+2z=0 \\ x-y+6z=0 \end{cases}.$$

V1. $x=3t$, $y=8t$, $z=t$, $t\in R$.

V2. $x=-12t$, $y=-3t$, $z=t$, $t\in R$.

V3. $x=6t$, $y=-4t$, $z=t$, $t\in R$.

V4. $x=-10t$, $y=-4t$, $z=t$, $t\in R$.

Q3.25. Яка з систем трьох лінійних рівнянь еквівалентна системі

$$\begin{cases} x+2y-z=2 \\ \quad\; y-3z=3 \\ \qquad\quad z=-1 \end{cases}?$$

V1. $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ x+y+2z=-1 \\ x-2y+z=2 \end{cases}.$

V2. $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ x+y-2z=1 \\ 2x-y+z=0 \end{cases}.$

V3. $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ x+y+2z=-1 \\ x-y+z=0 \end{cases}.$

V4. $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ x+y+z=-1 \\ x-y+z=1 \end{cases}.$

Q3.26. Яка з систем трьох лінійних рівнянь еквівалентна системі

$$\begin{cases} x+2y-z=2 \\ \quad y-3z=3 \\ \qquad z=-1 \end{cases} ?$$

V1. $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ x+y+2z=-1 \\ x-y+z=0 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ x+y-2z=1 \\ 2x-y+z=0 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ x+\quad 2z=-1 \\ x-2y+z=2 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} x+2y-z=2 \\ x+y\ +z=-1 \\ x-y\quad =3 \end{cases}$.

Q3.27. Яка з указаних систем двох рівнянь з трьома невідомими еквівалентна системі

$$\begin{cases} x+4y-z=3 \\ x+3y+z=0 \\ x+2y+4z=-3 \end{cases} ?$$

V1. $\begin{cases} x+4y-z=3 \\ \quad y-4z=1 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} x+4y-z=3 \\ \quad y-3z=3 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} x+4y-z=3 \\ \quad y+4z=-3 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} x+4y-z=3 \\ \quad y-2z=-2 \end{cases}$.

4. Елементи векторної алгебри

Q4.1. Що називається проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$?

V1. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається число $np_{\vec{l}}\,\overrightarrow{AB}$, яке дорівнює довжині відрізка $A_l B_l$ між проекціями відповідно початку A і кінця B вектора на вісь $\vec{l}$.

V2. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається число $np_{\bar{l}}\overrightarrow{AB}$, яке дорівнює довжині відрізка A_lB_l між проекціями відповідно початку A і кінця B вектора на вісь $\vec{l}$, причому довжина береться зі знаком "+", якщо вектор $\overrightarrow{A_lB_l}$ співнапрямлений з віссю $\vec{l}$ $\overrightarrow{A_lB_l} \uparrow\uparrow \vec{l}$, або довжина береться зі знаком "–", якщо вектор $\overrightarrow{A_lB_l}$ напрямлений протилежно осі $\vec{l}$ $\overrightarrow{A_lB_l} \uparrow\downarrow \vec{l}$.

V3. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається число $np_{\bar{l}}\overrightarrow{AB}$, яке дорівнює сумі довжин відрізків AA_l і BB_l, де A_l і B_l – проекції відповідно початку A і кінця B вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$.

V4. Проекцією вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$ називається вектор $np_{\bar{l}}\overrightarrow{AB}$, який дорівнює сумі векторів $\overrightarrow{AA_l}$ і $\overrightarrow{BB_l}$, де A_l і B_l – проекції відповідно початку A і кінця B вектора $\overrightarrow{AB}$ на вісь $\vec{l}$.

Q4.2. Чому дорівнює проекція суми $np_{\bar{l}}(\vec{a}+\vec{b})$?

V1. $np_{\bar{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = np_{\bar{l}}\vec{a} + np_{\bar{l}}\vec{b} - 2np_{\bar{l}}\vec{a}\cdot np_{\bar{l}}\vec{b}$.

V2. $np_{\bar{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = np_{\bar{l}}\vec{a}\cdot np_{\bar{l}}\vec{b}$.

V3. $np_{\bar{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = np_{\bar{l}}\vec{a} + np_{\bar{l}}\vec{b}$.

V4. $np_{\bar{l}}(\vec{a}+\vec{b}) = \vec{b}\cdot np_{\bar{l}}\vec{a} + \vec{a}\cdot np_{\bar{l}}\vec{b}$.

Q4.3. Проекція $пр_{\vec{a}}\vec{b}$ вектора $\vec{b}$ на вектор $\vec{a}$ дорівнює

V1. $пр_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{a}|\sin(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

V2. $пр_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{a}|\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

V3. $пр_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{b}|\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

V4. $пр_{\vec{a}}\vec{b} = |\vec{b}|\sin(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

Q4.4. Напрямні косинуси $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ вектора $\vec{a}$ зв'язані співвідношенням

V1. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1$.

V2. $\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = |\vec{a}|^2$.

V3. $\cos\alpha \cdot \cos\beta \cdot \cos\gamma = 1$.

V4. $|\cos\alpha| + |\cos\beta| + |\cos\gamma| = 1$.

Q4.5. В якому випадку $пр_{\vec{l}}\vec{a} = 0$?

V1. Вектор $\vec{a}$ паралельний до осі $\vec{l}$.

V2. Вектор $\vec{a}$ утворює з віссю $\vec{l}$ кут 30°.

V3. Вектор $\vec{a}$ утворює з віссю $\vec{l}$ кут 45°.

V4. Вектор $\vec{a}$ перпендикулярний до осі $\vec{l}$.

Q4.6. Чому дорівнюють координати вектора $\overrightarrow{AB}$, якщо відомі координати його початку $A(x_A, y_A, z_A)$ і кінця $B(x_B, y_B, z_B)$?

V1. $\overrightarrow{AB} = (x_A + x_B\,; y_A + y_B\,; z_A + z_B)$.

V2. $\overrightarrow{AB} = (x_A - x_B\,; y_A - y_B\,; z_A - z_B)$.

V3. $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A\,; y_B - y_A\,; z_B - z_A)$.

V4. $\overrightarrow{AB} = (x_A \cdot x_B\,; y_A \cdot y_B\,; z_A \cdot z_B)$.

Q4.7. Як обчислюється модуль (довжина) вектора

$$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \ ?$$

V1. $\left|\vec{a}\right| = \left|a_x\right| + \left|a_y\right| + \left|a_z\right|$.

V2. $\left|\vec{a}\right| = -\sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 - a_z{}^2}$.

V3. $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_x{}^2 - a_y{}^2 + a_z{}^2}$.

V4. $\left|\vec{a}\right| = \sqrt{a_x{}^2 + a_y{}^2 + a_z{}^2}$.

Q4.8. Що називається добутком $\alpha\vec{a}$ вектора $\vec{a}$ на скаляр α?

V1. Добутком вектора $\vec{a}$ на число α називається вектор $\alpha\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\alpha\vec{a}| = |\alpha| \cdot |\vec{a}|$; 2) якщо $\alpha = 0$, то $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$; якщо $\alpha > 0$, то $\alpha\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{a}$; якщо $\alpha < 0$, то $\alpha\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{a}$.

V2. Добутком вектора $\vec{a}$ на число α називається вектор $\alpha\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\alpha\vec{a}| = \alpha \cdot |\vec{a}|$; 2) якщо $\alpha = 0$, то $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$; якщо $\alpha > 0$, то $\alpha\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{a}$; якщо $\alpha < 0$, то $\alpha\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{a}$.

V3. Добутком вектора $\vec{a}$ на число α називається вектор $\alpha\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\alpha\vec{a}| = |\alpha| \cdot |\vec{a}|$; 2) якщо $\alpha = 0$, то $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$; якщо $\alpha \neq 0$, то $\alpha\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{a}$.

V4. Добутком вектора $\vec{a}$ на число α називається вектор $\alpha\vec{a}$, який має такі властивості: 1) $|\alpha\vec{a}| = \alpha \cdot |\vec{a}|$; 2) якщо $\alpha = 0$, то $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$; якщо $\alpha \neq 0$, то $\alpha\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{a}$.

Q4.9. Довжина якого з векторів дорівнює $\left|\vec{a}\right| = 5$?

V1. $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 4\vec{k}$.

V2. $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 2\sqrt{3}\vec{k}$.

V3. $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + 2\sqrt{3}\vec{k}$.

V4. $\vec{a} = 3\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$.

Q4.10. Що називається скалярним добутком $\vec{a} \cdot \vec{b}$ векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$?

V1. Скалярним добутком векторів $\vec{a}$ *і* $\vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

V2. Скалярним добутком векторів $\vec{a}$ *і* $\vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

V3. Скалярним добутком векторів $\vec{a}$ *і* $\vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{|\vec{a}|+|\vec{b}|}$.

V4. Скалярним добутком векторів $\vec{a}$ *і* $\vec{b}$ називається число, яке дорівнює $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\vec{b}\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$.

Q4.11. Чому дорівнює скалярний добуток $\vec{a}\cdot\vec{b}$ векторів

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k} \quad \text{і} \quad \vec{b}=b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}\,?$$

V1. $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x-a_yb_y-a_zb_z$. V2. $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x-a_yb_y+a_zb_z$.

V3. $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_y+a_yb_z+a_zb_x$. V4. $\vec{a}\cdot\vec{b}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$.

Q4.12. Чому дорівнює косинус кута $\varphi=\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}$ між двома векторами $\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k}$ і $\vec{b}=b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}$?

V1. $$\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})=\frac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{\sqrt{a_x^{\,2}+a_y^{\,2}+a_z^{\,2}}+\sqrt{b_x^{\,2}+b_y^{\,2}+b_z^{\,2}}}\,.$$

V2. $$\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})=\frac{a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z}{\sqrt{a_x^{\,2}+a_y^{\,2}+a_z^{\,2}}-\sqrt{b_x^{\,2}+b_y^{\,2}+b_z^{\,2}}}\,.$$

V3. $$\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})=\frac{a_xb_x-a_yb_y-a_zb_z}{\sqrt{a_x^{\,2}+a_y^{\,2}+a_z^{\,2}}+\sqrt{b_x^{\,2}+b_y^{\,2}+b_z^{\,2}}}\,.$$

V4. $\cos(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}) = \dfrac{a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}{\sqrt{a_x^{\,2} + a_y^{\,2} + a_z^{\,2}}\sqrt{b_x^{\,2} + b_y^{\,2} + b_z^{\,2}}}$.

Q4.13. Для того, щоб ненульові вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ були ортогональними (перпендикулярними) $\vec{a} \perp \vec{b}$, необхідно і достатньо, щоб

V1. $\vec{a} \cdot \vec{b} > 0$. V2. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. V3. $\vec{a} \cdot \vec{b} < 0$. V4. $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$.

Q4.14. Для того, щоб ненульові вектори $\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ і $\vec{b} = b_x \vec{i} + b_y \vec{j} + b_z \vec{k}$ були колінеарними (паралельними) $\vec{a} \parallel \vec{b}$, необхідно і достатньо, щоб

V1. $a_x b_y + a_y b_z + a_z b_x = 0$. V2. $a_x b_x - a_y b_y + a_z b_z \neq 0$.

V3. $\dfrac{a_x}{b_x} \neq \dfrac{a_y}{b_y} \neq \dfrac{a_z}{b_z}$. V4. $\dfrac{a_x}{b_x} = \dfrac{a_y}{b_y} = \dfrac{a_z}{b_z}$.

Q4.15. Які два вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ ортогональні (перпендикулярні)?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} - 3\vec{k} \end{cases}$. V2. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k} \end{cases}$. V4. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + 5\vec{k} \end{cases}$.

Q4.16. Які два вектори утворюють між собою гострий кут $(\cos\varphi > 0)$?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \end{cases}$. V2. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k} \end{cases}$. V4. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 4\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k} \end{cases}$.

Q4.17. Які два вектори утворюють між собою тупий кут $(\cos\varphi < 0)$?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k} \end{cases}$.   V2. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \end{cases}$.   V4. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 5\vec{k} \end{cases}$.

Q4.18. Для яких двох векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ кут φ між ними дорівнює $\varphi = \pi/3$ $(\cos\varphi = \cos(\pi/3) = 1/2)$?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \sqrt{3}\vec{k} \\ \vec{b} = \sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j} \end{cases}$.   V2. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{j} - \sqrt{3}\vec{k} \\ \vec{b} = \sqrt{6}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} - \sqrt{3}\vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{j} + \sqrt{3}\vec{k} \end{cases}$.   V4. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{j} + \sqrt{3}\vec{k} \\ \vec{b} = \sqrt{6}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{k} \end{cases}$.

Q4.19. Які два вектори колінеарні (паралельні)?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{b} = 4\vec{i} + 6\vec{j} + 8\vec{k} \end{cases}$.   V2. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{b} = 4\vec{i} - 6\vec{j} - 8\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{b} = -4\vec{i} + 6\vec{j} - 8\vec{k} \end{cases}$.   V4. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k} \\ \vec{b} = 4\vec{i} - 6\vec{j} - 8\vec{k} \end{cases}$.

Q4.20. Який з векторів утворює з віссю Ox напрямний кут $\alpha = 60^\circ$ $\left(\cos\alpha = a_x/|\vec{a}|,\quad \cos 60^\circ = 1/2\right)$?

V1. $\vec{a} = \vec{i} + \sqrt{2}\vec{j} + 4\vec{k}$.   V2. $\vec{a} = \sqrt{2}\vec{i} + \sqrt{3}\vec{j} + \sqrt{3}\vec{k}$.

V3. $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + \sqrt{2}\vec{k}$.   V4. $\vec{a} = \vec{i} + 2\sqrt{2}\vec{j} + \sqrt{3}\vec{k}$.

Q4.21. Який з векторів утворює з віссю Oy напрямний кут $\beta = 45^\circ$ $\left(\cos\beta = a_y/|\vec{a}|,\quad \cos 45^\circ = \sqrt{2}/2\right)$?

V1. $\vec{a}=\sqrt{2}\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$.   V2. $\vec{a}=\vec{i}+\sqrt{2}\vec{j}+\vec{k}$.

V3. $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+\sqrt{2}\vec{k}$.   V4. $\vec{a}=-\vec{i}+\vec{j}+\sqrt{2}\vec{k}$.

Q4.22. Який з векторів утворює з віссю Oz напрямний кут $\gamma=30^\circ$ $\left(\cos\gamma=a_z/|\vec{a}|,\quad \cos 30^\circ=\sqrt{3}/2\right)$?

V1. $\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}+\sqrt{3}\vec{k}$.   V2. $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+\sqrt{3}\vec{k}$.

V3. $\vec{a}=\frac{1}{2}\vec{i}-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}+\sqrt{3}\vec{k}$.   V4. $\vec{a}=\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i}-\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j}+\sqrt{2}\vec{k}$.

Q4.23. Що називається векторним добутком $\vec{a}\times\vec{b}$ вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$?

V1. Векторним добутком $\vec{a}\times\vec{b}$ називається вектор $\vec{c}$, який задовольняє умовам: 1) $|\vec{c}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$; 2) $\vec{c}\perp\vec{a}$, $\vec{c}\parallel\vec{b}$; 3) якщо вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ відкласти від однієї точки, то з кінця вектора $\vec{c}$ найкоротший поворот вектора $\vec{a}$ до суміщення з вектором $\vec{b}$ видно здійснюваним проти ходу годинникової стрілки.

V2. Векторним добутком $\vec{a}\times\vec{b}$ називається вектор $\vec{c}$, який задовольняє умовам: 1) $|\vec{c}|=|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$; 2) $\vec{c}\perp\vec{a}$, $\vec{c}\perp\vec{b}$; 3) якщо вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ відкласти від однієї точки, то з кінця вектора $\vec{c}$ найкоротший поворот вектора $\vec{a}$ до суміщення з вектором $\vec{b}$ видно здійснюваним проти ходу годинникової стрілки.

V3. Векторним добутком $\vec{a}\times\vec{b}$ називається вектор $\vec{c}$, який задовольняє умовам: 1) $|\vec{c}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\widehat{\vec{a},\vec{b}})$; 2) $\vec{c}\perp\vec{a}$, $\vec{c}\perp\vec{b}$; 3) якщо вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ відкласти від однієї точки, то з кінця вектора $\vec{c}$ найкоротший поворот вектора $\vec{a}$ до суміщення з вектором $\vec{b}$ видно здійснюваним проти ходу годинникової стрілки.

V4. Векторним добутком $\vec{a}\times\vec{b}$ називається вектор $\vec{c}$, який задовольняє умовам: 1) $|\vec{c}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b})$; 2) $\vec{c}\perp\vec{a}$, $\vec{c}\perp\vec{b}$; 3) якщо вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ відкласти від однієї точки, то з кінця вектора $\vec{c}$ найкоротший поворот вектора $\vec{a}$ до суміщення з вектором $\vec{b}$ видно здійснюваним за ходом годинникової стрілки.

Q4.24. Векторний добуток $\vec{a}\times\vec{b}$ векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$ дорівнює нулю, якщо

V1. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ перпендикулярні $(\vec{a}\perp\vec{b})$.

V2. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні $\vec{a}\parallel\vec{b}$.

V3. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють між собою кут $\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}=\pi/4$.

V4. Вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ утворюють між собою кут $\vec{a}\,\hat{,}\,\vec{b}=\pi/6$.

Q4.25. Чому дорівнює векторний добуток $\vec{a}\times\vec{b}$ векторів

$$\vec{a}=a_x\vec{i}+a_y\vec{j}+a_z\vec{k} \quad \text{і} \quad \vec{b}=b_x\vec{i}+b_y\vec{j}+b_z\vec{k}\,?$$

V1. $\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a_x & a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$.   V2. $\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ b_x & b_y & b_z\\ a_x & a_y & a_z\end{vmatrix}$.

V3. $\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & \vec{j} & \vec{k}\\ a_x & -a_y & a_z\\ b_x & b_y & b_z\end{vmatrix}$.   V4. $\vec{a}\times\vec{b}=\begin{vmatrix}\vec{i} & b_x & a_x\\ \vec{j} & b_y & a_y\\ \vec{k} & b_z & a_z\end{vmatrix}$.

Q4.26. Модуль (довжина) векторного добутку $\vec{a}\times\vec{b}$ дорівнює

V1. $|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$. V2. $|\vec{a}\times\vec{b}|=\dfrac{|\vec{a}|}{|\vec{b}|}\sin(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$.

V3. $|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$. V4. $|\vec{a}\times\vec{b}|=\dfrac{|\vec{b}|}{|\vec{a}|}\sin(\vec{a}\,\widehat{,}\,\vec{b})$.

Q4.27. Як розташований векторний добуток $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}$ по відношенню до векторів $\vec{a}$ і $\vec{b}$?

V1. $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}\perp\vec{a}$; $\vec{c}\parallel\vec{b}$. V2. $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}\parallel\vec{a}$; $\vec{c}\parallel\vec{b}$.

V3. $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}\parallel\vec{a}$; $\vec{c}\perp\vec{b}$. V4. $\vec{a}\times\vec{b}=\vec{c}\perp\vec{a}$; $\vec{c}\perp\vec{b}$.

Q4.28. Для якої пари векторів площа паралелограма, побудованого на них, як на сторонах, дорівнює $S=\sqrt{26}$ кв.од.?

V1. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\end{cases}$. V2. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}+3\vec{k}\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\end{cases}$. V4. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}\end{cases}$.

Q4.29. Для якої пари векторів векторний добуток $\vec{a}\times\vec{b}$ колінеарний (паралельний) до вектора $\vec{c}=8\vec{i}-2\vec{j}-6\vec{k}$?

V1. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}+3\vec{k}\end{cases}$. V2. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+3\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}-\vec{j}-3\vec{k}\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}\end{cases}$. V4. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{b}=-2\vec{i}+\vec{j}-3\vec{k}\end{cases}$.

Q4.30. Для якої пари векторів їх векторний добуток $\vec{a}\times\vec{b}$ дорівнює нулю?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 4\vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k} \end{cases}$. V2. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \\ \vec{b} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k} \\ \vec{b} = 3\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k} \end{cases}$. V4. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{b} = 6\vec{i} + 3\vec{j} - 3\vec{k} \end{cases}$.

Q4.31. Для якої пари векторів їх векторний добуток $\vec{a} \times \vec{b}$ ортогональний (перпендикулярний) до вектора $\vec{c} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - \vec{k} \end{cases}$. V2. $\begin{cases} \vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} = 4\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k} \end{cases}$. V4. $\begin{cases} \vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} = 4\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k} \end{cases}$.

Q4.32. Чому дорівнює мішаний добуток $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ трьох векторів

$\vec{a} = a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k}$, $\vec{b} = b_x\vec{i} + b_y\vec{j} + b_z\vec{k}$ і $\vec{c} = c_x\vec{i} + c_y\vec{j} + c_z\vec{k}$?

V1. $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$. V2. $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} a_x & a_y & a_z \\ c_x & c_y & c_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$.

V3. $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix}$. V4. $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{vmatrix}$.

Q4.33. В якому випадку мішаний добуток трьох векторів $(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}$ дорівнює нулю?

V1. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ взаємно перпендикулярні.

V2. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ лінійно незалежні.

V3. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ – компланарні (розташовані в одній площині або в паралельних площинах).

V4. Вектор $\vec{a}+\vec{b}$ перпендикулярний до вектора $\vec{c}$.

Q4.34. Для якої трійки векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ їх мішаний добуток $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$ дорівнює нулю?

V1. $\begin{cases} \vec{a}=\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k} \\ \vec{b}=2\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k} \\ \vec{c}=3\vec{i}+2\vec{j}+\vec{k} \end{cases}$.

V2. $\begin{cases} \vec{a}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k} \\ \vec{b}=2\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k} \\ \vec{c}=3\vec{i}-2\vec{j}+\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k} \\ \vec{b}=2\vec{i}-3\vec{j}+3\vec{k} \\ \vec{c}=3\vec{i}-2\vec{j}+2\vec{k} \end{cases}$.

V4. $\begin{cases} \vec{a}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k} \\ \vec{b}=\vec{i}-3\vec{j}+2\vec{k} \\ \vec{c}=2\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k} \end{cases}$.

Q4.35. Для якої трійки векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ їх мішаний добуток $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$ додатний?

V1. $\begin{cases} \vec{a}=3\vec{i} \\ \vec{b}=2\vec{i}-5\vec{j} \\ \vec{c}=\vec{i}+\vec{j}-6\vec{k} \end{cases}$.

V2. $\begin{cases} \vec{a}=3\vec{i} \\ \vec{b}=2\vec{i}+5\vec{j} \\ \vec{c}=\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a}=3\vec{i} \\ \vec{b}=2\vec{i}-3\vec{j} \\ \vec{c}=\vec{i}+\vec{j}+5\vec{k} \end{cases}$.

V4. $\begin{cases} \vec{a}=-2\vec{i} \\ \vec{b}=2\vec{i}-5\vec{j} \\ \vec{c}=\vec{j}+\vec{i}-4\vec{k} \end{cases}$.

Q4.36. Для якої трійки векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ їх мішаний добуток $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}$ від'ємний?

V1. $\begin{cases}\vec{a}=3\vec{i}\\ \vec{b}=2\vec{i}-5\vec{j}\\ \vec{c}=\vec{i}+\vec{j}-6\vec{k}\end{cases}$. V2. $\begin{cases}\vec{a}=3\vec{i}\\ \vec{b}=2\vec{i}-5\vec{j}\\ \vec{c}=\vec{i}+\vec{j}+4\vec{k}\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}\vec{a}=3\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}\\ \vec{b}=\vec{j}+2\vec{k}\\ \vec{c}=5\vec{k}\end{cases}$. V4. $\begin{cases}\vec{a}=2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}\\ \vec{b}=-\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{c}=-5\vec{k}\end{cases}$.

Q4.37. Яка трійка векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ є ребрами паралелепіпеда, об’єм якого дорівнює $V=2$ куб.од.?

V1. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{k}\\ \vec{b}=\vec{i}+2\vec{j}\\ \vec{c}=\vec{j}+\vec{k}\end{cases}$. V2. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}-\vec{k}\\ \vec{b}=\vec{j}+\vec{k}\\ \vec{c}=\vec{i}+\vec{k}\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}\vec{a}=\vec{i}+\vec{k}\\ \vec{b}=2\vec{j}-\vec{k}\\ \vec{c}=\vec{i}-2\vec{k}\end{cases}$. V4. $\begin{cases}\vec{a}=3\vec{i}+\vec{k}\\ \vec{b}=\vec{j}-\vec{k}\\ \vec{c}=\vec{i}+\vec{j}\end{cases}$.

Q4.38. Які три вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворюють базис у тривимірному просторі?

V1. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворюють у просторі базис, якщо вони лінійно залежні.

V2. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворюють у просторі базис, якщо їх мішаний добуток $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=0$.

V3. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворюють у просторі базис, якщо $\vec{a}\parallel\vec{b}\parallel\vec{c}$.

V4. Вектори $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворюють у просторі базис, якщо вони лінійно незалежні.

Q4.39. Яка трійка векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ лінійно незалежна?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k} \\ \vec{c} = 3\vec{i} - 3\vec{j} + 3\vec{k} \end{cases}$.
V2. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k} \\ \vec{c} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k} \\ \vec{c} = 4\vec{i} - 3\vec{j} + 2\vec{k} \end{cases}$.
V4. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} = 3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k} \\ \vec{c} = 4\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k} \end{cases}$.

Q4.40. Яка трійка векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ лінійно залежна?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k} \\ \vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 2\vec{k} \end{cases}$.
V2. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k} \\ \vec{c} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k} \\ \vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} \end{cases}$.
V4. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{b} = 6\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} \\ \vec{c} = 5\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k} \end{cases}$.

Q4.41. Яка трійка векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ утворює базис у просторі?

V1. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{k} \\ \vec{b} = \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{c} = \vec{i} - \vec{k} \end{cases}$.
V2. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + 2\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{j} + \vec{k} \\ \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k} \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{j} + 2\vec{k} \\ \vec{b} = \vec{i} - 2\vec{k} \\ \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} \end{cases}$.
V4. $\begin{cases} \vec{a} = \vec{i} + \vec{k} \\ \vec{b} = \vec{j} - \vec{k} \\ \vec{c} = \vec{i} + \vec{j} \end{cases}$.

5. Площина та пряма у просторі

Q5.1. Яка з площин паралельна до осі Ox ?

V1. $3x+5y-2z+8=0$. V2. $3x+6y-8=0$.

V3. $3x-7z+8=0$. V4. $5y-3z+8=0$.

Q5.2. Яка з площин паралельна до осі Oy ?

V1. $4x-3y+4z-7=0$. V2. $4x+5z-7=0$.

V3. $4x+2y-9=0$. V4. $2y+3z-18=0$.

Q5.3. Яка з площин паралельна до осі Oz ?

V1. $3x+4y-2z-4=0$. V2. $3y-5z-8=0$.

V3. $3x-4y-7=0$. V4. $5z-8=0$.

Q5.4. Яка з площин перпендикулярна до вектора $\vec{n}(3;4;-5)$?

V1. $3x+4y+5z+10=0$. V2. $3x-2y+5z-7=0$.

V3. $3x+4y-5z-8=0$. V4. $3x-4y+5z-8=0$.

Q5.5. Яка з площин відсікає на осях координат Ox, Oy, Oz відповідно відрізки $a=15$, $b=-10$, $c=6$?

V1. $2x-3y+5z-30=0$. V2. $2x-3y+30=0$.

V3. $2x+3y-4z+12=0$. V4. $\dfrac{x}{15}+\dfrac{y}{10}+\dfrac{z}{6}=1$.

Q5.6. Яка з площин паралельна до площини Oxy ?

V1. $3x+4y-z-12=0$. V2. $5z-18=0$.

V3. $5x-7=0$. V4. $3x-4y-24=0$.

Q5.7. Яка з площин паралельна до площини Oyz ?

V1. $5x-3y+15=0$. V2. $3y+2z-12=0$.

V3. $5y-12=0$.   V4. $3x-8=0$.

Q5.8. Яка з площин паралельна до площини Oxz?

V1. $7y-15=0$.   V2. $7x+18=0$.

V3. $2x+3y-12=0$.   V4. $7z-16=0$.

Q5.9. Яке з рівнянь є рівнянням площини у відрізках на осях?

V1. $Ax+By+Cz+D=0$.   V2. $z=ax+by+c$.

V3. $\frac{x-x_0}{e}=\frac{y-y_0}{m}=\frac{z-z_0}{p}$.   V4. $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Q5.10. Які з двох площин паралельні між собою?

V1. $\begin{cases}2x+y+z-6=0\\3x-y-z-2=0\end{cases}$.   V2. $\begin{cases}2x-y+z-4=0\\2x-y-z+2=0\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}2x+y-3z-1=0\\6x+3y-9z+7=0\end{cases}$.   V4. $\begin{cases}2x+y-z-1=0\\4x-2y+2z+7=0\end{cases}$.

Q5.11. Які дві площини взаємно перпендикулярні?

V1. $\begin{cases}3x+2y+z-7=0\\x+y+2z-8=0\end{cases}$.   V2. $\begin{cases}3x+y-7=0\\3y-2z-8=0\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}3x+y-z-7=0\\x-2y+z-8=0\end{cases}$.   V4. $\begin{cases}3x+2z-8=0\\2y-8z-1=0\end{cases}$.

Q5.12. Які дві площини утворюють між собою гострий кут?

V1. $\begin{cases}3x+y+z-5=0\\x-y-2z+8=0\end{cases}$.   V2. $\begin{cases}3x+y-z-6=0\\x-y+z-8=0\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}3x+y-z-6=0\\x-4y+z-7=0\end{cases}$.   V4. $\begin{cases}3x-y-2z-5=0\\2x+4y+3z-8=0\end{cases}$.

Q5.13. Які дві площини утворюють між собою тупий кут?

V1. $\begin{cases}2x+y-z-6=0\\3x-4y+z-7=0\end{cases}$.

V2. $\begin{cases}2y+z-5=0\\3x+y-9=0\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}2x+y-5=0\\3y-z-7=0\end{cases}$.

V4. $\begin{cases}2x+y-z-6=0\\3x-4y+3z-7=0\end{cases}$.

Q5.14. Як розташований вектор $\vec{n}(A,\ B,\ C)$ по відношенню до площини α, загальне рівняння якої $Ax+By+Cz+D=0$?

V1. Вектор $\vec{n}(A,\ B,\ C)$ паралельний до площини α.

V2. Вектор $\vec{n}(A,\ B,\ C)$ перпендикулярний до площини α.

V3. Вектор $\vec{n}(A,\ B,\ C)$ розташований у площині α.

V4. Вектор $\vec{n}(A,\ B,\ C)$ утворює кут $\varphi=45^{\circ}$ з площиною α.

Q5.15. Яка з площин проходить через три задані точки $M_1(x_1,y_1,z_1)$, $M_2(x_2,y_2,z_2)$, $M_3(x_3,y_3,z_3)$?

V1. $\begin{vmatrix}x-x_1 & y-y_1 & z-z_1\\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1\\ x_3+x_1 & y_3+y_1 & z_3+z_1\end{vmatrix}=0$.

V2. $\begin{vmatrix}x-x_1 & y-y_1 & z-z_1\\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1\\ x_3-x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1\end{vmatrix}=0$.

V3. $\begin{vmatrix}x+x_1 & y-y_1 & z+z_1\\ x_2-x_1 & y_2+y_1 & z_2-z_1\\ x_3-x_1 & y_3+y_1 & z_3-z_1\end{vmatrix}=0$.

V4. $\begin{vmatrix}x+x_1 & y+y_1 & z-z_1\\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1\\ x_3+x_1 & y_3-y_1 & z_3-z_1\end{vmatrix}=0$.

Q5.16. Як розташований вектор $\vec{s}(m,n,p)$ по відношенню до прямої l, канонічні рівняння якої $\dfrac{x-x_0}{m}=\dfrac{y-y_0}{n}=\dfrac{z-z_0}{p}$?

V1. Вектор $\vec{s}(m,n,p)$ паралельний до прямої l.

V2. Вектор $\vec{s}(m,n,p)$ перпендикулярний до прямої l.

V3. Вектор $\vec{s}(m,n,p)$ утворює кут $\varphi=30^\circ$ з прямою l.

V4. Вектор $\vec{s}(m,n,p)$ утворює кут $\varphi=45^\circ$ з прямою l.

Q5.17. Яка з прямих проходить через точку $A(4;4;2)$?

V1. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{7}=\dfrac{z+2}{-3}$.

V2. $\dfrac{x-4}{4}=\dfrac{y+1}{7}=\dfrac{z}{1}$.

V3. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{5}=\dfrac{z}{2}$.

V4. $\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y+5}{2}=\dfrac{z}{7}$.

Q5.18. Яка з прямих проходить через дві точки $M_1(1;-1;1)$ і $M_1(3;-4;6)$?

V1. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{-3}=\dfrac{z-1}{5}$.

V2. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+4}{3}=\dfrac{z-6}{4}$.

V3. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z-1}{-5}$.

V4. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{5}=\dfrac{z}{7}$.

Q5.19. Які з двох прямих перпендикулярні між собою?

V1. $\begin{cases}\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-3}{7}=\dfrac{z}{-2}\\[2mm] \dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-4}{11}\end{cases}$.

V2. $\begin{cases}\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{5}\\[2mm] \dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{2}\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{5}\\[2mm] \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z}{1}\end{cases}$.

V4. $\begin{cases}\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{5}\\[2mm] \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-2}{1}\end{cases}$.

Q5.20. Яка з прямих l розташована в площині α?

V1. $\begin{cases} l: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{1} \\ \alpha: 3x+y+z-1=0 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} l: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+2}{1} \\ \alpha: 3x+2y+3z-8=0 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} l: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z}{-1} \\ \alpha: x+2y+3z-3=0 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} l: \dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{5} \\ \alpha: x+2y+z-7=0 \end{cases}$.

Q5.21. Яка з прямих l паралельна площині α?

V1. $\begin{cases} l: \dfrac{x}{2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z-1}{3} \\ \alpha: x-2y+3z-1=0 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} l: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{7}=\dfrac{z}{4} \\ \alpha: x-2y+3z-12=0 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} l: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{4} \\ \alpha: 2x+y+z-1=0 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} l: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z}{-4} \\ \alpha: 3x-y+z+1=0 \end{cases}$.

Q5.22. Яка з прямих l перпендикулярна до площини α?

V1. $\begin{cases} l: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{5} \\ \alpha: x+2y+5z-1=0 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} l: \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{5} \\ \alpha: 2x+y+5z-1=0 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} l: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z}{5} \\ \alpha: x+2y+3z-1=0 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} l: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z+1}{1} \\ \alpha: 2x-3y-z-3=0 \end{cases}$.

Q5.23. Яка з прямих l утворює гострий кут з площиною α?

V1. $\begin{cases} l: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+1}{-4} \\ \alpha: x+y+z-18=0 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} l: \dfrac{x-1}{-1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-5} \\ \alpha: x-2y+z-8=0 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} l: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y-2}{-3}=\dfrac{z}{5} \\ \alpha: x+y-2z-1=0 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} l: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{5} \\ \alpha: x+y+2z+1=0 \end{cases}$.

Q5.24. Яка з прямих l утворює тупий кут з площиною α?

V1. $\begin{cases} l: \dfrac{x}{1} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z}{4} \\ \alpha: x - y - z - 18 = 0 \end{cases}$. V2. $\begin{cases} l: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-1}{3} = \dfrac{z}{5} \\ \alpha: x + y + z - 12 = 0 \end{cases}$.

V3. $\begin{cases} l: \dfrac{x}{2} = \dfrac{y}{-1} = \dfrac{z+3}{-4} \\ \alpha: x - 2y - z - 8 = 0 \end{cases}$. V4. $\begin{cases} l: \dfrac{x-3}{3} = \dfrac{y}{-4} = \dfrac{z}{5} \\ \alpha: x - 3y + z - 8 = 0 \end{cases}$.

Q5.25. В якому випадку пряма $l: \dfrac{x-x_0}{m} = \dfrac{y-y_0}{n} = \dfrac{z-z_0}{p}$

паралельна площині $\alpha: Ax + By + Cz + D = 0$?

V1. $\vec{s}(m,n,p) \parallel \vec{n}(A, B, C): \dfrac{A}{m} = \dfrac{B}{n} = \dfrac{C}{p}$.

V2. $\vec{s}(m,n,p), \vec{n}(A, B, C): \varphi = (\vec{n} \,\hat{,}\, \vec{s}) = 45^\circ$.

V3. $\vec{s}(m,n,p), \vec{n}(A, B, C): \varphi = (\vec{n} \,\hat{,}\, \vec{s}) = 30^\circ$.

V4. $\vec{s}(m,n,p) \perp \vec{n}(A, B, C): Am + Bn + Cp = 0$.

Q5.26. В якому випадку пряма $l: \dfrac{x-x_0}{m} = \dfrac{y-y_0}{n} = \dfrac{z-z_0}{p}$

перпендикулярна до площини $\alpha: Ax + By + Cz + D = 0$?

V1. $\vec{s}(m,n,p) \parallel \vec{n}(A, B, C): \dfrac{A}{m} = \dfrac{B}{n} = \dfrac{C}{p}$.

V2. $\vec{s}(m,n,p) \perp \vec{n}(A, B, C): Am + Bn + Cp = 0$.

V3. $\vec{s}(m,n,p), \vec{n}(A, B, C): \varphi = (\vec{n} \,\hat{,}\, \vec{s}) = 45^\circ$.

V4. $\vec{s}(m,n,p), \vec{n}(A, B, C): \varphi = (\vec{n} \,\hat{,}\, \vec{s}) = 60^\circ$.

Q5.27. В якому випадку прямі $l_1:\ \dfrac{x-x_1}{m_1}=\dfrac{y-y_1}{n_1}=\dfrac{z-z_1}{p_1}$ і $l_2:\ \dfrac{x-x_2}{m_2}=\dfrac{y-y_2}{n_2}=\dfrac{z-z_2}{p_2}$, напрямні вектори яких відповідно $\vec{s}_1(m_1,n_1,p_1)$ і $\vec{s}_2(m_2,n_2,p_2)$, паралельні між собою?

V1. $\varphi=(\vec{s}_1\,\widehat{,}\,\vec{s}_2)=30^\circ$. V2 $\vec{s}_1\perp\vec{s}_2 \Leftrightarrow m_1m_2+n_1n_2+p_1p_2=0$.

V3. $\varphi=(\vec{s}_1\,\widehat{,}\,\vec{s}_2)=60^\circ$. V4. $\vec{s}_1\parallel\vec{s}_2 \Leftrightarrow \dfrac{m_1}{m_2}=\dfrac{n_1}{n_2}=\dfrac{p_1}{p_2}$.

Q5.28. В якому випадку площини $\alpha_1:\ A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ і $\alpha_2:\ A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$, нормальні вектори яких відповідно $\vec{n}_1(A_1,B_1,C_1)$ і $\vec{n}_2(A_2,B_2,C_2)$, взаємно перпендикулярні?

V1. $\vec{n}_1\parallel\vec{n}_2 \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}$. V2. $\varphi=(\vec{n}_1\,\widehat{,}\,\vec{n}_2)=30^\circ$.

V3. $\vec{n}_1\perp\vec{n}_2 \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$. V4. $\varphi=(\vec{n}_1\,\widehat{,}\,\vec{n}_2)=45^\circ$.

Q5.29. Які з двох прямих мимобіжні?

V1. $\begin{cases}\dfrac{x-1}{0}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{-2}\\[2mm] \dfrac{x+1}{0}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-2}{1}\end{cases}$. V2. $\begin{cases}\dfrac{x-1}{0}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-3}{-1}\\[2mm] \dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{0}\end{cases}$.

V3. $\begin{cases}\dfrac{x-1}{0}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-3}{-1}\\[2mm] \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-2}{0}\end{cases}$. V4. $\begin{cases}\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z-3}{0}\\[2mm] \dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+2}{0}\end{cases}$.

6. Загальні поняття про диференціальні рівняння

Q6.1. Розв’язком якого з рівнянь

$$y' = \frac{x+3}{y+5} \quad \text{чи} \quad y' = \frac{y+5}{x+3} \quad \text{є функція} \;\; y = 5x/3 \;?$$

V1. $y' = \dfrac{x+3}{y+5}$.

V2. $y' = \dfrac{y+5}{x+3}$.

V3. Не є розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.2. Розв’язком якого з рівнянь

$$y' = \frac{tg\, x}{y^2} \quad \text{чи} \quad y' = y\, ctg\, x \quad \text{є функція} \;\; y = \sin^2 x \;?$$

V1. $y' = \dfrac{tg\, x}{y^2}$.

V2. $y' = y\, ctg\, x$.

V3. Не є розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.3. Розв’язком якого з рівнянь

$$y' = xy \quad \text{чи} \quad y' = xy^2 \quad \text{є функція} \;\; y = 5e^{x^2/2} \;?$$

V1. $y' = xy$.

V2. $y' = xy^2$.

V3. Не є розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.4. Розв’язком якого з рівнянь

$$y' = \frac{\sin^2 x}{y^2} \quad \text{чи} \quad y' = \frac{\sin x}{y} \quad \text{є функція} \;\; y = -2\cos(x/2) \;?$$

V1. $y' = \dfrac{\sin^2 x}{y^2}$.

V2. $y' = \dfrac{\sin x}{y}$.

V3. Не є розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.5. Розв’язком якого з рівнянь

$$y' = \frac{tg\,x}{y} \quad \text{чи} \quad y' = \frac{\sin x}{xy} \quad \text{є функція} \quad y = x\sin x \ ?$$

V1. $y' = \dfrac{tg\,x}{y}$.

V2. $y' = \dfrac{\sin x}{xy}$.

V3. Не є розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.6. Розв’язком якого з рівнянь

$$y' = \frac{y}{\sin x} \quad \text{чи} \quad y' = \frac{y^2}{\cos x} \quad \text{є функція} \quad y = tg\left(x/2\right) \ ?$$

V1. $y' = \dfrac{y}{\sin x}$.

V2. $y' = \dfrac{y^2}{\cos x}$.

V3. Не є розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.7. Розв’язком якого з рівнянь

$$y' = \frac{y^2}{x^2} \quad \text{чи} \quad y' = \frac{y^2}{x^3} \quad \text{є функція} \quad y = \frac{x}{x+1} \ ?$$

V1. $y' = \dfrac{y^2}{x^3}$.

V2. $y' = \dfrac{y^2}{x^2}$.

V3. Не є розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.8. Розв’язком якого з рівнянь

$$y' = \frac{yx + 4y^2}{x^2} \quad \text{чи} \quad y' = \frac{xy + 4y^2}{x^3} \quad \text{є функція} \quad y = -\frac{x}{4\ln x} \ ?$$

V1. $y' = \dfrac{yx + 4y^2}{x^2}$.

V2. $y' = \dfrac{xy + 4y^2}{x^3}$.

V3. Не є розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.9. Розв'язком якого з рівнянь

$$y' = \frac{y^2 + x^2}{xy} \quad \text{чи} \quad y' = \frac{y^2 + xy}{xy} \quad \text{є функція} \quad y = x\sqrt{2\ln x} \ ?$$

V1. $y' = \dfrac{y^2 + x^2}{xy}$.

V2. $y' = \dfrac{y^2 + xy}{xy}$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.10. Розв'язком якого з рівнянь

$$y' = \frac{y^2 + 3x^2}{xy} \quad \text{чи} \quad y' = \frac{y^3 + x^3}{xy^2} \quad \text{є функція} \quad y = x\sqrt{6\ln x} \ ?$$

V1. $y' = \dfrac{y^3 + x^3}{xy^2}$.

V2. $y' = \dfrac{y^2 + 3x^2}{xy}$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.11. Розв'язком якого з рівнянь

$$y' = \frac{yx + 2y^2}{x} \quad \text{чи} \quad y' = \frac{x^3 + xy^2}{x^2 y} \quad \text{є функція} \quad y = \frac{x}{\ln x} \ ?$$

V1. $y' = \dfrac{yx + 2y^2}{x}$.

V2. $y' = \dfrac{x^3 + xy^2}{x^2 y}$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.12. Розв'язком якого з рівнянь

$$y' - \frac{y}{x} = x^2 \quad \text{чи} \quad y' - \frac{y}{x} = x \quad \text{є функція} \quad y = x^2 \ ?$$

V1. $y' - \dfrac{y}{x} = x^2$.

V2. $y' - \dfrac{y}{x} = x$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.13. Розв'язком якого з рівнянь

$$y' - y\,tg\,x = 1 \quad \text{чи} \quad y' - y\,tg\,x = x^2 \quad \text{є функція} \quad y = tg\,x \ ?$$

V1. $y' - y\,tg\,x = 1$. V2. $y' - y\,tg\,x = x^2$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.14. Розв'язком якого з рівнянь

$$y' + y\,ctg\,x = 1 \quad \text{чи} \quad y' - y\cos x = x \quad \text{є функція} \quad y = x\cos x \ ?$$

V1. $y' + y\,ctg\,x = 1$. V2. $y' - y\cos x = x$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.15. Розв'язком якого з рівнянь

$$y' - \frac{3y}{x} = x^2 \quad \text{чи} \quad y' - \frac{5y}{x} = -2x^2 \quad \text{є функція} \quad y = x^3 \ ?$$

V1. $y' - \dfrac{3y}{x} = x^2$. V2. $y' - \dfrac{5y}{x} = -2x^2$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.16. Розв'язком якого з рівнянь

$$y' - y\,ctg\,x = \frac{1}{\sin x} \quad \text{чи} \quad y' - y\,ctg\,x = \frac{x}{\sin x}$$

є функція $y = -\cos x$?

V1. $y' - y\,ctg\,x = \dfrac{1}{\sin x}$. V2. $y' - y\,ctg\,x = \dfrac{x}{\sin x}$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.17. Розв'язком якого з рівнянь $y' + y\,ctg\,x = \cos x$ чи $y' - y\,ctg\,x = \sin x$ є функція $y = \cos^2 x$?

V1. $y' + y\,ctg\,x = \cos x$. V2. $y' - y\,ctg\,x = \sin x$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.18. Розв'язком якого з рівнянь

$$y' - y\,ctg\,x = \frac{tg\,x}{y} \text{ чи } y' - yctg\,x = \frac{\cos x}{y^2} \text{ є функція } y = ctg\,x \text{ ?}$$

V1. $y' - y\,ctg\,x = \dfrac{tg\,x}{y}$.

V2. $y' - yctg\,x = \dfrac{\cos x}{y^2}$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.19. Розв'язком якого з рівнянь

$$y' - y\,ctgx = \frac{tg^3 x}{y} \text{ чи } y' - y\,ctgx = \frac{tg\,x}{y^2} \text{ є функція } y = tgx \text{ ?}$$

V1. $y' - y\,ctgx = \dfrac{tg^3 x}{y}$.

V2. $y' - y\,ctgx = \dfrac{tg\,x}{y^2}$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.20. Розв'язком якого з рівнянь

$$y' - \frac{y}{x} = \frac{x^2}{y^2} \text{ чи } y' - \frac{y}{x} = \frac{x^3}{y} \text{ є функція } y = x^2 \text{ ?}$$

V1. $y' - \dfrac{y}{x} = \dfrac{x^2}{y^2}$.

V2. $y' - \dfrac{y}{x} = \dfrac{x^3}{y}$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.21. Функція $y = -ctg\,x$ є розв'язком якого з рівнянь

$$y' + y\,tg\,x = \frac{ctg^4 x}{y^2} \text{ чи } y' + y\,tg\,x = \frac{ctg\,x}{y^2} \text{ ?}$$

V1. $y' + y\,tg\,x = \dfrac{ctg^4 x}{y^2}$.

V2. $y' + y\,tg\,x = \dfrac{ctg\,x}{y^2}$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.22. Розв'язком якого з рівнянь

$$y'+\frac{2y}{x}=\frac{x^7}{y^2} \quad \text{чи} \quad y'+\frac{2y}{x}=\frac{5x^8}{y^2} \quad \text{є функція} \quad y=x^3 \ ?$$

V1. $y'+\dfrac{2y}{x}=\dfrac{x^7}{y^2}$. V2. $y'+\dfrac{2y}{x}=\dfrac{5x^8}{y^2}$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.23. Розв'язком якого з рівнянь $y'+y\,tg\,x=y\sin^2 x$ чи $y'-y\,tg\,x=\dfrac{\cos^2 x}{y}$ є функція $y=ctg^2\,x$?

V1. $y'+y\,tg\,x=y\sin^2 x$. V2. $y'-y\,tg\,x=\dfrac{\cos^2 x}{y}$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.24. Розв'язком якого з рівнянь

$$y''=2yy' \quad \text{чи} \quad y''=y^2y' \quad \text{є функція} \quad y=tg\,x \ ?$$

V1. $y''=2yy'$. V2. $y''=y^2y'$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.25. Розв'язком якого з рівнянь
$yy''+(y')^2=0$ чи $y'y''+y=0$ є функція $y=\sqrt{x}$?

V1. $yy''+(y')^2=0$. V2. $y'y''+y=0$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.26. Яким є загальний розв'язок диференціального рівняння $y''=(y')^2\big/(4+y)$?

V1. $y=C_2e^{C_1x}+x$. V2. $y=C_2e^{C_1x}-4x$. V3. $y=C_2e^{C_1x}-4$.

Q6.27. Загальним розв’язком якого з рівнянь

$$y'' = \frac{y'}{x} \quad \text{чи} \quad y'' = \frac{2y'}{x^2} \quad \text{є функція} \quad y = C_1 x^2 + C_2\,?$$

V1. $y'' = \dfrac{y'}{x}$. V2. $y'' = \dfrac{2y'}{x^2}$.

V3. Не є загальним розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.28. Загальним розв’язком якого з рівнянь $y'' = y'\,tg\,x$ чи $y'' = y'\,ctg\,x$ є функція $y = C_2 + C_1 \cos x$?

V1. $y'' = y'\,tg\,x$. V2. $y'' = y'\,ctg\,x$.

V3. Не є загальним розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q6.29. Яким є загальний розв’язок диференціального рівняння $y'' = 3\sin 2x$?

V1. $y = \dfrac{3}{4}\sin 2x + C_1 x + C_2$. V2. $y = -\dfrac{3}{4}\sin 2x + C_1 x^2 + C_2 x$.

V3. $y = -\dfrac{3}{4}\sin 2x + C_1 x + C_2$.

Q6.30. Яким є загальний розв’язок диференціального рівняння $y'' = (y')^2 / y$?

V1. $y = C_2 e^{C_1 x}$. V2. $y = C_2 e^{C_1 x^2}$. V3. $y = C_1 e^{x} + C_2 e^{-x^2}$.

Q6.31. Яким є загальний розв’язок диференціального рівняння $y'' = 20x^3$?

V1. $y = x^5 + C_1 x + C_2$. V2. $y = x^5 + C_1 x^2 + C_2$.

V3. $y = x^5 + C_1 x^3 + C_2 x$.

Q6.32. Яким є загальний розв’язок диференціального рівняння $y'' + 2y'/x = 3$?

V1. $y = x^3 - C_1/x + C_2$. V2. $y = -3x^2/2 + C_1x^2 + C_2$.

V3. $y = x^2/2 - C_1/x + C_2$.

7. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку

Q7.1. Яке рівняння називається характеристичним для лінійного однорідного диференціального рівняння $y'' + py' + qy = 0$ зі сталими коефіцієнтами?

V1. $k^3 + pk^2 + qk + 1 = 0$. V2. $k^2 + pk + q = 0$.

V3. $k^2 - pk + q = 0$.

Q7.2. Як формується загальний розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння (ЛНДР) другого порядку?

V1. Загальний розв'язок ЛНДР дорівнює $y = \bar{y} + y_*$, де $\bar{y} = C_1y_1 + C_2y_2$ – загальний розв'язок відповідного однорідного рівняння; y_* – довільний частинний розв'язок ЛНДР.

V2. Загальний розв'язок ЛНДР збігається із загальним розв'язком відповідного однорідного рівняння $y = \bar{y} = C_1y_1 + C_2y_2$.

V3. Загальний розв'язок ЛНДР збігається із деяким частинним розв'язком цього рівняння $y = y_*$.

Q7.3. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y'' - 7y' + 12y = 0$ чи $y'' - 8y' + 15y = 0$ є функція $y = C_1e^{3x} + C_2e^{5x}$?

V1. $y'' - 7y' + 12y = 0$. V2. $y'' - 8y' + 15y = 0$.

V3. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.4. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y'' + 6y' - 7y = 0$ чи $y'' - 4y' + 4y = 0$ є функція $y = C_1 e^x + C_2 e^{2x}$?

V1. $y'' + 6y' - 7y = 0$. V2. $y'' - 4y' + 4y = 0$.

V3. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.5. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y'' - 7y' - 8y = 0$ чи $y'' - 10y' + 21y = 0$ є функція $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{7x}$?

V1. $y'' - 7y' - 8y = 0$. V2. $y'' - 10y' + 21y = 0$.

V3. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.6. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y'' - 7y' + 6y = 0$ чи $y'' - 7y' + 12y = 0$ є функція $y = C_1 e^{3x} + C_2 e^{4x}$?

V1. $y'' - 7y' + 6y = 0$. V2. $y'' - 7y' + 12y = 0$.

V3. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.7. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y'' - 8y' + 12y = 0$ чи $y'' - 8y' + 16y = 0$ є функція $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{6x}$?

V1. $y'' - 8y' + 12y = 0$. V2. $y'' - 8y' + 16y = 0$.

V3. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.8. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y'' - 4y' + 4y = 0$ чи $y'' - 4y' + 3y = 0$ є функція $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$?

V1. $y'' - 4y' + 4y = 0$. V2. $y'' - 4y' + 3y = 0$.

V3. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.9. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y'' + 6y' + 9y = 0$ чи $y'' - 4y' - 12y = 0$ є функція $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-4x}$?

V1. $y'' + 6y' + 9y = 0$. V2. $y'' - 4y' - 12y = 0$.

V3. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.10. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y'' - 2y' + y = 0$ чи $y'' - 6y' + 9y = 0$ є функція $y = C_1 e^{3x} + C_2 x e^{3x}$?

V1. $y'' - 2y' + y = 0$.   V2. $y'' - 6y' + 9y = 0$.

V3. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.11. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y'' - 4y' + 3y = 0$ чи $y'' - 10y' + 25y = 0$ є функція $y = C_1 e^{-2x} + C_2 x e^{-2x}$?

V1. $y'' - 4y' + 3y = 0$.   V2. $y'' - 10y' + 25y = 0$.

V3. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.12. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y'' + 2y' + 10y = 0$ чи $y'' - 8y' + 16y = 0$ є функція $y = C_1 e^{4x} + C_2 x e^{4x}$?

V1. $y'' + 2y' + 10y = 0$.   V2. $y'' - 8y' + 16y = 0$.

V3. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.13. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y'' + 2y' + 5y = 0$ чи $y'' - 4y = 0$ є функція $y = e^{-x}\left(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x\right)$?

V1. $y'' + 2y' + 5y = 0$.   V2. $y'' - 4y = 0$.

V3. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.14. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y'' + 4y = 0$ чи $y'' + 4y' + 4y = 0$ є функція $y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x$?

V1. $y'' + 4y' + 4y = 0$.   V2. $y'' + 4y = 0$.

V3. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.15. Загальним розв'язком якого з рівнянь $y'' + 2y' = 0$ чи $y'' - 2y' + 2y = 0$ є функція $y = e^{x}\left(C_1 \cos x + C_2 \sin x\right)$?

V1. $y'' - 2y' + 2y = 0$.   V2. $y'' + 2y' = 0$.

V3. Не є загальним розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.16. Загальним розв’язком якого з рівнянь $y''+5y'+4y=0$ чи $y''-5y'+6y=0$ є функція $y=C_1e^{-x}+C_2e^{-4x}$?

V1. $y''+5y'+4y=0$. V2. $y''-5y'+6y=0$.

V3. Не є загальним розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.17. Загальним розв’язком якого з рівнянь $y''-6y'+9y=0$ чи $y''-9y=0$ є функція $y=C_1\cos 3x+C_2\sin 3x$?

V1. $y''-6y'+9y=0$. V2. $y''-9y=0$.

V3. Не є загальним розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.18. Загальним розв’язком якого з рівнянь $y''+y=0$ чи $y''+8y'-9y=0$ є функція $y=C_1\cos x+C_2\sin x$?

V1. $y''+y=0$. V2. $y''+8y'-9y=0$.

V3. Не є загальним розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.19. Загальним розв’язком якого з рівнянь $y''-5y'-6y=0$ чи $y''+4y'+4y=0$ є функція $y=C_1e^{-2x}+C_2xe^{-2x}$?

V1. $y''-5y'-6y=0$. V2. $y''+4y'+4y=0$.

V3. Не є загальним розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.20. Загальним розв’язком якого з рівнянь $y''-2y'+3y=0$ чи $y''-2y'+2y=0$ є функція $y=e^x\left(C_1\cos x+C_2\sin x\right)$?

V1. $y''-2y'+3y=0$. V2. $y''-2y'+2y=0$.

V3. Не є загальним розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.21. Розв’язком якого з рівнянь $y''-5y'+4y=5x$ чи $y''-5y'+4y=x$ є функція $y=e^x+x/4+5/16$?

V1. $y''-5y'+4y=x$. V2. $y''-5y'+4y=5x$.

V3. Не є розв’язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.22. Розв'язком якого з рівнянь $y'' - 7y' + 6y = x$ чи $y'' - 6y' - 7y = x$ є функція $y = e^x + x/6 + 7/36$?

V1. $y'' - 7y' + 6y = x$. V2. $y'' - 6y' - 7y = x$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.23. Розв'язком якого з рівнянь $y'' - 2y' - 8y = x$ чи $y'' + 10y' + 9y = x$ є функція $y = e^{4x} + \frac{1}{6}x + \frac{5}{6}$?

V1. $y'' - 7y' + 6y = x$. V2. $y'' - 6y' - 7y = x$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.24. Розв'язком якого з рівнянь $y'' - 2y' + y = x$ чи $y'' - 5y' + 4y = x$ є функція $y = e^{4x} + \frac{1}{4}x + \frac{5}{16}$?

V1. $y'' - 2y' + y = x$. V2. $y'' - 5y' + 4y = x$.

V3. Не є розв'язком жодного з указаних рівнянь.

Q7.25. Враховуючи праву частину, в якому вигляді треба шукати відповідний частинний розв'язок y_* лінійного неоднорідного диференціального рівняння $y'' - 3y' + 2y = 5e^x$?

V1. $y_* = Axe^x$. V2. $y_* = Ae^x$. V3. $y_* = Ae^{3x}$.

Q7.26. Враховуючи праву частину, в якому вигляді треба шукати відповідний частинний розв'язок y_* лінійного неоднорідного диференціального рівняння $y'' - 5y' + 6y = 4e^{3x}$?

V1. $y_* = Ae^{3x}$. V2. $y_* = Axe^{3x}$. V3. $y_* = Ae^{2x}$.

Q7.27. Враховуючи праву частину, в якому вигляді треба шукати відповідний частинний розв'язок y_* лінійного неоднорідного диференціального рівняння $y'' - 10y' + 21y = 8e^{7x}$?

V1. $y_* = Ae^{7x}$. V2. $y_* = Axe^{3x}$. V3. $y_* = Axe^{7x}$.

Q7.28. Враховуючи праву частину, в якому вигляді треба шукати відповідний частинний розв'язок y_* лінійного неоднорідного диференціального рівняння $y'' + 8y' + 15y = 3e^{-5x}$?

V1. $y_* = Ae^{-3x}$. V2. $y_* = Ae^{-5x}$. V3. $y_* = Axe^{-5x}$.

Q7.29. Враховуючи праву частину, в якому вигляді треба шукати відповідний частинний розв'язок y_* лінійного неоднорідного диференціального рівняння $y'' - 10y' + 25y = 2x$?

V1. $y_* = Ax + B$. V2. $y_* = Axe^{5x}$. V3. $y_* = x(Ax + B)$.

Q7.30. Враховуючи праву частину, в якому вигляді треба шукати відповідний частинний розв'язок y_* лінійного неоднорідного диференціального рівняння $y'' - 2y' = x^2 + 1$?

V1. $y_* = Ax^2 + Bx + C$. V2. $y_* = Ax^2 e^{2x}$.

V3. $y_* = x\left(Ax^2 + Bx + C\right)$.

Q7.31. Враховуючи праву частину, в якому вигляді треба шукати відповідний частинний розв'язок y_* лінійного неоднорідного диференціального рівняння $y'' + 4y = 3\cos 2x$?

V1. $y_* = A\cos 2x + B\sin 2x$. V2. $y_* = Ax\cos 2x$.

V3. $y_* = x(A\cos 2x + B\sin 2x)$.

Q7.32. Враховуючи праву частину, в якому вигляді треба шукати відповідний частинний розв'язок y_* лінійного неоднорідного диференціального рівняння $y'' + 9y = 2\sin 4x$?

V1. $y_* = x(A\cos 4x + B\sin 4x)$. V2. $y_* = Ax\sin 4x$.

V3. $y_* = A\cos 4x + B\sin 4x$.

Q7.33. Враховуючи праву частину, в якому вигляді треба шукати відповідний частинний розв’язок y_* лінійного неоднорідного диференціального рівняння $y'' - 9y = 2e^{-3x}$?

V1. $y_* = Axe^{-3x}$.

V2. $y_* = (Ax + B)e^{-3x}$.

V3. $y_* = Ax^2e^{-3x}$.

8. Функції багатьох змінних

Q8.1. Що називається поверхнею рівня функції $u = f(x, y, z)$?

V1. Поверхнею рівня функції $u = f(x, y, z)$ називається множина всіх точок простору $M(x, y, z)$, які задовольняють нерівність $f(x, y, z) > 0$.

V2. Поверхнею рівня функції $u = f(x, y, z)$ називається множина всіх точок простору $M(x, y, z)$, які задовольняють рівняння $f(x, y, z) = C$, де C – довільна стала.

V3. Поверхнею рівня функції $u = f(x, y, z)$ називається множина всіх точок простору $M(x, y, z)$, які задовольняють нерівність $f(x, y, z) < 0$.

V4. Поверхнею рівня функції $u = f(x, y, z)$ називається множина всіх точок простору $M(x, y, C)$, які задовольняють рівняння $f(x, y, C) = 0$, де C – довільна стала.

Q8.2. Що називається лінією рівня функції $z = f(x, y)$?

V1. Лінією рівня функції $z = f(x, y)$ називається множина всіх точок $M(x, y)$ координатної площини Oxy, які задовольняють нерівність $f(x, y) > 0$.

V2. Лінією рівня функції $z = f(x, y)$ називається множина всіх точок $M(x, y)$ координатної площини Oxy, які задовольняють нерівність $f(x, y) < 0$.

V3. Лінією рівня функції $z = f(x, y)$ називається множина всіх точок $M(x, y)$ координатної площини Oxy, які задовольняють рівняння $f(x, y) = C$, де C – довільна стала.

V4. Лінією рівня функції $z = f(x, y)$ називається множина всіх точок $M(x, C)$ координатної площини Oxy, які задовольняють рівняння $f(x, C) = 0$, де C – довільна стала.

Q8.3. Що називається повним диференціалом du функції $u = f(x, y, z)$ в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$?

V1. $du = f'_x(M_0) + f'_y(M_0) + f'_z(M_0)$.

V2. $du = f'_x(M_0) \cdot f'_y(M_0) \cdot f'_z(M_0) \Delta x \Delta y \Delta z$, де $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – прирости аргументів в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$.

V3. $du = f'_x(M_0)\Delta x + f'_y(M_0)\Delta y + f'_z(M_0)\Delta z$, де $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – прирости аргументів в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$.

V4. $du = \left(f'_x(M_0) + f'_y(M_0) + f'(M_0)\right)\Delta x \Delta y \Delta z$, де $\Delta x, \Delta y, \Delta z$ – прирости аргументів в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$.

Q8.4. Чому дорівнює частинна похідна $\frac{\partial z}{\partial x}$ функції $z = arctg \frac{y}{x}$ в точці $M_0(1, 1)$?

V1. $-1/2$. V2. 1. V3. -1. V4. 2.

Q8.5. Чому дорівнює частинна похідна $\frac{\partial z}{\partial y}$ функції $z = arctg \frac{x}{y}$ в точці $M_0(2,1)$?

V1. $-4/5$. V2. $1/5$. V3. $-2/5$. V4. $-2/3$.

Q8.6. Чому дорівнює частинна похідна

$\dfrac{\partial z}{\partial x}$ функції $z = \arcsin\dfrac{x^2}{y^2}$ в точці $M_0(1,2)$?

V1. $-1/\sqrt{15}$. V2. $-2/\sqrt{15}$. V3. $3/\sqrt{15}$. V4. $2/\sqrt{15}$.

Q8.7. Чому дорівнює частинна похідна

$\dfrac{\partial z}{\partial y}$ функції $z = \arcsin\dfrac{x^2}{y^2}$ в точці $M_0(1,2)$?

V1. $-1/\sqrt{15}$. V2. $-2/\sqrt{15}$. V3. $3/\sqrt{15}$. V4. $2/\sqrt{15}$.

Q8.8. Чому дорівнює похідна $\dfrac{dz}{dt}$ складеної функції

$z = \sin\left(x^2 y\right)$, $x = t^2$, $y = \dfrac{\pi}{4}t$ в точці $t_0 = 1$?

V1. $\dfrac{5\sqrt{2}}{8}\pi$. V2. $\dfrac{5}{8}$. V3. $\dfrac{\sqrt{2}}{4}\pi$. V4. $\dfrac{5\sqrt{2}}{4}\pi$.

Q8.9. Чому дорівнює похідна $\dfrac{dz}{dt}$ складеної функції

$z = tg(x + y)$, $x = \sqrt{\dfrac{\pi}{6}} \cdot t$, $y = t^2$ в точці $t_0 = \sqrt{\dfrac{\pi}{6}}$?

V1. $\sqrt{2\pi}$. V2. $\sqrt{3\pi}$. V3. $\sqrt{6\pi}$. V4. $2\sqrt{6\pi}$.

Q8.10. Чому дорівнює похідна $\dfrac{dz}{dt}$ складеної функції

$z = \cos\left(x\, y^2\right)$, $x = \dfrac{\pi}{2}t^2$, $y = t^3$ в точці $t_0 = 1$?

V1. 3π. V2. -4π. V3. -3π. V4. 5π.

Q8.11. Чому дорівнює похідна $\frac{dz}{dt}$ складеної функції

$z = ctg\left(x - y\right),\ x = \frac{\pi}{2}t,\ y = \frac{\pi}{4}t^2$ в точці $t_0 = 1$?

V1. $\pi/4$. V2. π. V3. 0. V4. 1.

Q8.12. Чому дорівнює частинна похідна $\frac{\partial z}{\partial x}$ функції $z = z\left(x, y\right)$, яка задана неявно рівнянням $\ln\left(x^2 - 4y^3 - z^2 + 4xy + 1\right) = 0$, в точці $M_0\left(4; -1; 2\right)$?

V1. -1. V2. -2. V3. 1. V4. 4.

Q8.13. Чому дорівнює частинна похідна $\frac{\partial z}{\partial y}$ функції $z = z\left(x, y\right)$, яка задана неявно рівнянням $\ln\left(x^2 - 4y^3 - z^2 + 4xy + 1\right) = 0$, в точці $M_0\left(4; -1; 2\right)$?

V1. -1. V2. 1. V3. -2. V4. 4.

Q8.14. Чому дорівнює частинна похідна $\frac{\partial z}{\partial x}$ функції $z = z\left(x, y\right)$, яка задана неявно рівнянням $e^{xy-z} + xy^2 z + z + 1 = 0$, в точці $M_0\left(1; -1; -1\right)$?

V1. -1. V2. -3. V3. 1. V4. 2.

Q8.15. Чому дорівнює частинна похідна $\frac{\partial z}{\partial y}$ функції $z = z\left(x, y\right)$, яка задана неявно рівнянням $e^{xy-z} + xy^2 z + z + 1 = 0$, в точці $M_0\left(1; -1; -1\right)$?

V1. -3. V2. -1. V3. 1. V4. 2.

Q8.16. Чому дорівнює друга частинна похідна $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функції $z = e^{x^2 - y^2}$ в точці $M_0(1; -1)$?

V1. -4. V2. 6. V3. -3. V4. 2.

Q8.17. Чому дорівнює друга частинна похідна $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функції $z = e^{x^2 - y^2}$ в точці $M_0(1; -1)$?

V1. -4. V2. -3. V3. 6. V4. 2.

Q8.18. Чому дорівнює друга частинна похідна $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функції $z = e^{x^2/y}$ в точці $M_0(-1;1)$?

V1. $-2e$. V2. 1. V3. $6e$. V4. 0.

Q8.19. Чому дорівнює друга частинна похідна $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функції $z = ye^{x+y}$ в точці $M_0(-1;1)$?

V1. -4. V2. 3. V3. -3. V4. 2.

Q8.20. Чому дорівнює друга частинна похідна $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функції $z = 4arctg\,(xy)$ в точці $M_0(-1;1)$?

V1. -4. V2. 3. V3. -3. V4. 2.

Q8.21. Чому дорівнює друга частинна похідна $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функції $z = \ln\left(x + 2e^{y}\right)$ в точці $M_0(-1;0)$?

V1. -2. V2. 2. V3. -3. V4. -1.

Q8.22. Чому дорівнює друга частинна похідна $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функції $z = e^{xy^2+1}$ в точці $M_0(-1;1)$?

V1. -2. V2. -1. V3. 4. V4. 2.

Q8.23. Чому дорівнює друга частинна похідна $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ функції $z = e^{x^2y^2-1}$ в точці $M_0(-1;1)$?

V1. -1. V2. -2. V3. 4. V4. 2.

Q8.24. Чому дорівнює друга частинна похідна $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ функції $z = e^{x^2y-1}$ в точці $M_0(1;1)$?

V1. -1. V2. -2. V3. 4. V4. 6.

Q8.25. Чому дорівнює друга частинна похідна $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функції $z = \cos\left(x^2 - y^2\right)$ в точці $M_0(1;1)$?

V1. -1. V2. 6. V3. 4. V4. 2.

Q8.26. Чому дорівнює друга частинна похідна $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функції $z = \cos\left(x^2 + 2y^3 - 3x\right)$ в точці $M_0(1;1)$?

V1. -2. V2. 2. V3. 4. V4. 6.

Q8.27. Чому дорівнює друга частинна похідна $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функції $z = \cos\left(y^3 - x^2 y\right)$ в точці $M_0(1;1)$?

V1. -2. V2. 6. V3. 4. V4. 2.

Q8.28. Чому дорівнює друга частинна похідна $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ функції $z = x\sin(2x - y)$ в точці $M_0(1;2)$?

V1. -2. V2. 1. V3. 0. V4. -1.

Q8.29. Чому дорівнює похідна функції $u = f(x, y, z)$ в точці M_0 за напрямом вектора $\vec{s}$, напрямні косинуси якого $\cos\alpha$, $\cos\beta$, $\cos\gamma$?

V1. $\frac{\partial f(M_0)}{\partial s} = f'_x(M_0)\cos\alpha + f'_y(M_0)\cos\beta + f'_z(M_0)\cos\gamma$.

V2. $\frac{\partial f(M_0)}{\partial s} = |f'_x(M_0)\cos\alpha| + |f'_y(M_0)\cos\beta| + |f'_z(M_0)\cos\gamma|$.

V3. $\frac{\partial f(M_0)}{\partial s} = f'_x(M_0)\cos^2\alpha + f'_y(M_0)\cos^2\beta + f'_z(M_0)\cos^2\gamma$.

V4. $\frac{\partial f(M_0)}{\partial s} = f'_x(M_0)\cdot f'_y(M_0)\cdot f'_z(M_0)\cos\alpha\cdot\cos\beta\cdot\cos\gamma$.

Q8.30. Градієнтом $grad\ f(M_0)$ функції $u = f(x, y, z)$ в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$ називається

V1. вектор
$grad\ f(M_0) = f(M_0)\left(f'_x(M_0)\vec{i} + f'_y(M_0)\vec{j} + f'_z(M_0)\vec{k}\right)$.

V2. вектор $grad\ f(M_0) = f'_x(M_0)\vec{i} + f'_y(M_0)\vec{j} + f'_z(M_0)\vec{k}$.

V3. величина $grad\ f(M_0) = f'_x(M_0) + f'_y(M_0) + f'_z(M_0)$.

V4. величина $grad\ f(M_0) = f'_x(M_0)\cdot f'_y(M_0)\cdot f'_z(M_0)$.

Q8.31. Який геометричний зміст градієнта $grad\ f(M_0)$ функції $u = f(x, y, z)$?

V1. Вектор $grad\, f(M_0)$ є вектором нормалі в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$ до поверхні рівня функції $u = f(x, y, z)$, яка проходить через цю точку.

V2. Вектор $grad\ f(M_0)$ розташований під кутом 60° до вектора нормалі в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$ до поверхні рівня функції $u = f(x, y, z)$, яка проходить через цю точку.

V3. Вектор $grad\ f(M_0)$ утворює кут 45° з вектором нормалі в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$ до поверхні рівня функції $u = f(x, y, z)$, яка проходить через цю точку.

V4. Вектор $grad\ f(M_0)$ перпендикулярний до вектора нормалі в точці $M_0(x_0, y_0, z_0)$ до поверхні рівня функції $u = f(x, y, z)$, яка проходить через цю точку.

Q8.32. Якщо $u = x^3 + y^2 - 2xyz + z^4$, $\vec{s}(2;-1;2)$ і $M_0(0;1;-1)$, то похідна за напрямом $\dfrac{\partial u(M_0)}{\partial s}$ дорівнює

V1. -2. V2. 4. V3. 3. V4. 10.

Q8.33. Якщо $u = \dfrac{z^3}{2x^3 - 3y^2}$, $\vec{s}(1;-2;2)$ і $M_0(1;-1;2)$, то похідна за напрямом $\dfrac{\partial u(M_0)}{\partial s}$ дорівнює

V1. -2. V2. 10. V3. -6. V4. -1.

Q8.34. Якщо $u = 3e^{x+y^2z^3}$, $\vec{s}(1;-2;-2)$ і $M_0(1;1;-1)$, то похідна за напрямом $\dfrac{\partial u(M_0)}{\partial s}$ дорівнює

V1. -2. V2. 4. V3. -1. V4. -6.

Q8.35. Якщо $u = 3\sin(xy + 3xz - 2yz)$, $\vec{s}(1;2;-2)$ і $M_0(1;3;1)$, то похідна за напрямом $\dfrac{\partial u(M_0)}{\partial s}$ дорівнює

V1. 2. V2. -4. V3. -1. V4. 10.

Q8.36. Якщо $u = 3\arcsin\dfrac{x + y^2}{z}$, $\vec{s}(-2;1;2)$ і $M_0(-1;1;1)$, то похідна за напрямом $\dfrac{\partial u(M_0)}{\partial s}$ дорівнює

V1. 10. V2. 2. V3. -1. V4. -6.

Q8.37. Якщо $z = \ln(xy^2 - 1)$ і $M_0(2,1)$, то $grad\, z(M_0)$ дорівнює

V1. $2\vec{i} + 3\vec{j}$. V2. $\vec{i} + 4\vec{j}$. V3. $3\vec{i} - 2\vec{j}$. V4. $2\vec{i} - 4\vec{j}$.

Q8.38. Якщо $z = x^2 y + xy^2$ і $M_0(-1,3)$, то $grad\, z(M_0)$ дорівнює

V1. $3\vec{i} + 5\vec{j}$. V2. $5\vec{i} - 3\vec{j}$. V3. $3\vec{i} - 5\vec{j}$. V4. $2\vec{i} + 3\vec{j}$.

Q8.39. Якщо $z = 8\,tg\dfrac{x}{y}$ і $M_0(\pi,4)$, то $grad\, z(M_0)$ дорівнює

V1. $4\vec{i} + \pi\vec{j}$. V2. $4\vec{i} - 2\pi\vec{j}$. V3. $2\vec{i} - \pi\vec{j}$. V4. $4\vec{i} - \pi\vec{j}$.

Q8.40. Якщо $z = \sin\dfrac{x}{y^2}$ і $M_0(\pi,1)$, то $grad\, z(M_0)$ дорівнює

V1. $-\vec{i} + 2\pi\vec{j}$. V2. $\vec{i} - 2\pi\vec{j}$. V3. $2\vec{i} - \pi\vec{j}$. V4. $4\vec{i} + 2\pi\vec{j}$.

Q8.41. Якщо $u = \ln(xy^2 + z^3 - 1)$ і $M_0(3;1;-1)$, то $grad\, u(M_0)$ дорівнює

V1. $2\vec{i} + 6\vec{j} - 3\vec{k}$. V2. $\vec{i} + 6\vec{j} + 3\vec{k}$.

V3. $\vec{i}-\vec{j}+4\vec{k}$.   V4. $3\vec{i}-6\vec{j}-2\vec{k}$.

Q8.42. Якщо $u=\dfrac{2}{x^2y+2z^3}$ і $M_0(2;1;-1)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $\vec{i}+3\vec{j}-3\vec{k}$.   V2. $\vec{i}-6\vec{j}+2\vec{k}$.

V3. $4\vec{i}+3\vec{j}+3\vec{k}$.   V4. $-2\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k}$.

Q8.43. Якщо $u=2y+2xz^3-x^2yz$ і $M_0(1;3;-1)$, то $grad\,u(M_0)$ дорівнює

V1. $\vec{i}-3\vec{j}-3\vec{k}$.   V2. $4\vec{i}+3\vec{j}+3\vec{k}$.

V3. $3\vec{i}-6\vec{j}+2\vec{k}$.   V4. $-2\vec{i}-2\vec{j}-3\vec{k}$.

Q8.44. Що називають стаціонарною точкою $M_0(x_0,y_{0,}z_0)$ функції $u=f(x,y,z)$?

V1. Стаціонарною точкою $M_0(x_0,y_{0,}z_0)$ функції $u=f(x,y,z)$ називається точка, в якій всі частинні похідні одночасно задовольняють нерівності $f'_x(M_0)<0$, $f'_y(M_0)<0$, $f'_z(M_0)<0$.

V2. Стаціонарною точкою $M_0(x_0,y_{0,}z_0)$ функції $u=f(x,y,z)$ називається точка, в якій всі частинні похідні одночасно задовольняють нерівності $f'_x(M_0)>0$, $f'_y(M_0)>0$, $f'_z(M_0)>0$.

V3. Стаціонарною точкою $M_0(x_0,y_{0,}z_0)$ функції $u=f(x,y,z)$ називається точка, в якій всі частинні похідні одночасно задовольняють рівності $f'_x(M_0)=0$, $f'_y(M_0)=0$, $f'_z(M_0)=0$.

V4. Стаціонарною точкою $M_0(x_0,y_{0,}z_0)$ функції $u=f(x,y,z)$ називається точка, в якій частинні похідні задовольняють хоча б одну з рівностей $f'_x(M_0)=0$, $f'_y(M_0)=0$, $f'_z(M_0)=0$.

Q8.45. Для функції $z=3x^2-6xy+2y^2+5x+3y+5$ стаціонарними точками є

V1. $M_1(11/6,2)$. V2. $M_1(19/6,4)$.

V3. $M_1(3,4)$, $M_2(-1,2)$. V4. $M_1(3/4,-5)$.

Q8.46. Для функції $z=2x^2-5xy+3y^2-3x+y-3$ стаціонарними точками є

V1. $M_1(10,-7)$. V2. $M_1(-12,-15)$.

V3. $M_1(-3,5)$, $M_2(2,4)$. V4. $M_1(-13,-11)$.

Q8.47. Для функції $z=x^2-3xy+2y^2-x+y-6$ стаціонарними точками є

V1. $M_1(-1,-1)$. V2. $M_1(2,-7)$.

V3. $M_1(-2,-3)$, $M_2(2,-4)$. V4. $M_1(-2,1)$.

Q8.48. Для функції $z=x^2-4xy+3y^2+x+2y-8$ стаціонарними точками є

V1. $M_1(1/6,3)$. V2. $M_1(2,-13)$, $M_2(2/5,-2)$.

V3. $M_1(3/4,-5)$. V4. $M_1(7/2,2)$.

Q8.49. Для функції $z=x^2(2\ln x-3)$ стаціонарними точками є

V1. $M_1(e,-e^2)$. V2. $M_1(1,2)$, $M_2(\sqrt{e},-2e)$.

V3. $M_1(e^2,e^4)$. V4. $M_1(1,-3)$.

Q8.50. Для функції $z=xe^{-x^2/2}$ стаціонарними точками є

V1. $M_1(1,e^{-1/2})$, $M_2(0,1)$. V2. $M_1(2,e^{-2})$, $M_2(-2,e^{-2})$.

V3. $M_1\left(1, e^{-1/2}\right), M_2\left(-1, e^{-1/2}\right)$. V4. $M_1(0,1)$.

Q8.51. Сформулюйте достатню умову існування гладкого екстремуму для функції двох змінних $z = f(x, y)$.

V1. Якщо $M_0(x_0, y_0)$ – стаціонарна точка функції $z = f(x, y)$ і справедлива нерівність $\Delta = \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix}_{M_0} < 0$, тоді функція $z = f(x, y)$ має в точці M_0 екстремум, причому максимум, якщо $f''_{xx}(M_0) < 0$, і мінімум, якщо $f''_{xx}(M_0) > 0$.

V2. Якщо $M_0(x_0, y_0)$ – стаціонарна точка функції $z = f(x, y)$ і справедлива нерівність $\Delta = \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix}_{M_0} > 0$, тоді функція $z = f(x, y)$ має в точці M_0 екстремум, причому максимум, якщо $f''_{xx}(M_0) > 0$, і мінімум, якщо $f''_{xx}(M_0) < 0$.

V3. Якщо $M_0(x_0, y_0)$ – стаціонарна точка функції $z = f(x, y)$ і справедлива нерівність $\Delta = \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix}_{M_0} > 0$, тоді функція $z = f(x, y)$ має в точці M_0 екстремум, причому максимум, якщо $f''_{xx}(M_0) < 0$, і мінімум, якщо $f''_{xx}(M_0) > 0$.

V4. Якщо $M_0(x_0, y_0)$ – стаціонарна точка функції $z = f(x, y)$ і справедлива рівність $\Delta = \begin{vmatrix} f''_{xx} & f''_{xy} \\ f''_{xy} & f''_{yy} \end{vmatrix}_{M_0} = 0$, тоді функція $z = f(x, y)$ має в точці M_0 екстремум, причому максимум, якщо $f''_{xx}(M_0) < 0$, і мінімум, якщо $f''_{xx}(M_0) > 0$.

9. Числові ряди

Q9.1. Що називається числовим рядом?

V1. Числовим рядом називається сума $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ нескінченного числа доданків, якими служать члени довільної числової послідовності $u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots$.

V2. Числовим рядом називається сума скінченного числа довільних доданків $\sum_{n=1}^{N} u_n$, де $N < \infty$, $u_1, u_2, \ldots, u_n, \ldots$ – деяка числова послідовність.

V3. Числовим рядом називається границя $\lim_{N\to\infty} \sum_{n=1}^{N} u_n$.

V4. Числовим рядом називається сума $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ нескінченного числа доданків, кожний з яких служить елементом деякої скінченної числової множини.

Q9.2. Часткова сума S_n ряду $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ визначається рівністю

V1. $S_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+1} u_k = u_1 - u_2 + \cdots + (-1)^{n+1} u_n$.

V2. $S_n = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k} u_k = -u_1 + u_2 - \cdots + (-1)^{n} u_n$.

V3. $S_n = \sum_{k=n}^{\infty} u_k = u_n + u_{n+1} + \cdots$

V4. $S_n = \sum_{k=1}^{n} u_k = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$.

Q9.3. Який ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ називається збіжним? Що називається сумою S ряду?

V1. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ називається збіжним, якщо $\lim_{n\to\infty} S_n = 0$, де S_n – часткова сума. Сумою ряду називається число “0”.

V2. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ називається збіжним, якщо існує скінченна границя $\lim_{n\to\infty} S_n$, де S_n – часткова сума. Величина цієї границі називається сумою ряду.

V3. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ називається збіжним, якщо не існує границя $\lim_{n\to\infty} S_n$, де S_n – часткова сума. $S = S_n$.

V4. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ називається збіжним, якщо $\lim_{n\to\infty} S_n = \infty$, де S_n – часткова сума. $S = \infty$.

Q9.4. У чому полягає необхідна умова збіжності ряду?

V1. Якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ збігається, тоді $\lim_{n\to\infty} u_n = 0$.

V2. Якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ збігається, тоді $\lim_{n\to\infty} u_n \neq 0$.

V3. Якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ збігається, тоді $0 < \lim_{n\to\infty} u_n < 1$.

V4. Якщо ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ збігається, тоді $\lim_{n\to\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} > 1$.

Q9.5. У чому полягає основна (перша) ознака порівняння рядів з додатними членами?

V1. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty} u_n \ (u_n > 0)$, $\sum_{n=1}^{\infty} v_n \ (v_n > 0)$ і $u_n \le v_n \quad (n = 1, 2, \ldots)$, тоді 1) якщо "більший" $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ ряд збігається, то "менший" ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ розбігається; 2) якщо "менший" $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ ряд розбігається, то "більший" ряд $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ збігається.

V2. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty} u_n \ (u_n > 0)$, $\sum_{n=1}^{\infty} v_n \ (v_n > 0)$ і $u_n \le v_n \quad (n = 1, 2, \ldots)$, тоді обидва ряди збігаються чи розбігаються одночасно.

V3. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty} u_n \ (u_n > 0)$, $\sum_{n=1}^{\infty} v_n \ (v_n > 0)$ і $u_n \le v_n \le 1$ $(n = 1, 2, \ldots)$, тоді 1) якщо "більший" $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ ряд збігається, то "менший" ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ також збігається; 2) якщо "менший" $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ ряд розбігається, то "більший" ряд $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ також розбігається. $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{u_n}{v_n} = q \quad (0 < q \le +\infty)$, тоді обидва ряди збігаються чи розбігаються одночасно.

V4. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty} u_n \ (u_n > 0)$, $\sum_{n=1}^{\infty} v_n \ (v_n > 0)$ і $u_n \le v_n \quad (n = 1, 2, \ldots)$, тоді 1) якщо "більший" $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ ряд збігається, то "менший" ряд

$\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ також збігається; 2) якщо "менший" $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ ряд розбігається, то "більший" ряд $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ також розбігається.

Q9.6. У чому полягає гранична (друга) ознака порівняння рядів з додатними членами?

V1. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty} u_n \ (u_n > 0)$, $\sum_{n=1}^{\infty} v_n \ (v_n > 0)$ і $\lim_{n\to\infty} \frac{u_n}{v_n} = q$ $(0 \le q < +\infty)$, тоді обидва ряди збігаються чи розбігаються одночасно.

V2. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty} u_n \ (u_n > 0)$, $\sum_{n=1}^{\infty} v_n \ (v_n > 0)$ і $\lim_{n\to\infty} \frac{u_n}{v_n} = q$ $(0 < q \le +\infty)$, тоді обидва ряди збігаються чи розбігаються одночасно.

V3. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty} u_n \ (u_n > 0)$, $\sum_{n=1}^{\infty} v_n \ (v_n > 0)$ і $\lim_{n\to\infty} \frac{u_n}{v_n} = q$ $(0 < q < +\infty)$, тоді обидва ряду збігаються чи розбігаються одночасно.

V4. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty} u_n \ (u_n > 0)$, $\sum_{n=1}^{\infty} v_n \ (v_n > 0)$ і $\lim_{n\to\infty} \frac{u_n}{v_n} = q$ $(0 \le q \le +\infty)$, тоді обидва ряди збігаються і розбігаються одночасно.

Q9.7. У чому полягає інтегральна ознака збіжності або розбіжності ряду $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ з додатними членами $u_n > 0$? Яка оцінка справедлива для суми S цього ряду?

V1. Нехай $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, $u_n > 0$, $u_{n+1} \ge u_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$ і

$\int_1^{\infty} f(x)\,dx$, $f(x) \geq 0$, $f(n) = u_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$. Тоді ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ і невласний інтеграл $\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ збігаються чи розбігаються одночасно. При цьому $0 \leq S \leq \int_1^{\infty} f(x)\,dx + u_1$.

V2. Нехай $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, $u_n > 0$, $u_{n+1} \leq u_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$ і $\int_1^{\infty} f(x)\,dx$, $f(x) \geq 0$, $f(n) = u_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$. Тоді ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ і невласний інтеграл $\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ збігаються чи розбігаються одночасно. При цьому $\int_1^{\infty} f(x)\,dx \leq S \leq \int_1^{\infty} f(x)\,dx + u_1$.

V3. Нехай $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, $u_n > 0$, $u_{n+1} \leq u_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$ і $\int_1^{\infty} f(x)\,dx$, $f(x) \geq 0$, $f(n) = u_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$. Тоді 1) якщо невласний інтеграл $\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ збігається, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ розбігається; 2) якщо невласний інтеграл $\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ розбігається, то ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ збігається. При цьому $u_1 \leq S \leq \int_1^{\infty} f(x)\,dx$.

V4. Нехай $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$, $u_n > 0$, $u_{n+1} \geq u_n \geq 1$ $(n = 1, 2, \ldots)$ і

$\int\limits_{1}^{\infty} f(x)\,dx$, $f(x) \geq 0$, $f(n) = u_n$ $(n = 1, 2, \ldots)$. Тоді ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ і невласний інтеграл $\int\limits_{1}^{\infty} f(x)\,dx$ збігаються чи розбігаються одночасно. При цьому $\int\limits_{1}^{n} f(x)\,dx \leq S \leq \int\limits_{1}^{n} f(x)\,dx + u_1$ $(n = 1, 2, \ldots)$.

Q9.8. Згідно з інтегральною ознакою для суми S збіжного ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ справедлива наступна оцінка.

V1. $2{,}5 \leq S \leq 3{,}5$. V2. $2 \leq S \leq 4$. V3. $1 \leq S \leq 2$. V4. $0 \leq S \leq 1$.

Q9.9. Згідно з інтегральною ознакою для суми S збіжного ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^3}$ справедлива наступна оцінка.

V1. $1 \leq S \leq 3$. V2. $2{,}5 \leq S \leq 3{,}5$. V3. $3 \leq S \leq 4$. V4. $0 \leq S \leq 1$.

Q9.10. Як формулюється ознака Даламбера збіжності або розбіжності знакододатного ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$, $u_n > 0$?

V1. Якщо для ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ $(u_n > 0)$ існує границя $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$, тоді 1) якщо $l \leq 1$, то ряд збігається, 2) якщо $l > 1$, то ряд розбігається.

V2. Якщо для ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ $(u_n > 0)$ існує границя $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$, тоді 1) якщо $l < 1$, то ряд збігається, 2) якщо $l \geq 1$, то ряд розбігається.

V3. Якщо для ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty} u_n$ $(u_n > 0)$ існує границя $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$, тоді 1) якщо $l<1$, то ряд збігається, 2) якщо $l>1$, то ряд розбігається, 3) якщо $l=1$, то ознака Даламбера на питання про збіжність ряду відповіді не дає.

V4. Якщо для ряду $\sum_{n=1}^{\infty} u_n \, (u_n > 0)$ обчислити границю $\lim_{n\to\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = l$, тоді 1) якщо границя скінченна $l<\infty$, то ряд збігається, 2) якщо границя нескінченна $l=\infty$, то ряд розбігається, 3) якщо границя взагалі не існує, то ознака Даламбера на питання про збіжність ряду відповіді не дає.

Q9.11. Як формулюється радикальна ознака Коші збіжності або розбіжності ряду $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ з додатними членами $u_n > 0$?

V1. Якщо для ряду $\sum_{n=1}^{\infty} u_n \, (u_n > 0)$ існує границя $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n} = l$, тоді 1) якщо $l \le 1$, то ряд збігається, 2) якщо $l \ge 1$, то ряд розбігається.

V2. Якщо для ряду $\sum_{n=1}^{\infty} u_n \, (u_n > 0)$ обчислити границю $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n} = l$, тоді 1) якщо границя скінченна $l<\infty$, то ряд збігається, 2) якщо границя нескінченна $l=\infty$, то ряд розбігається, 3) якщо границя взагалі не існує, то радикальна ознака на питання про збіжність ряду відповіді не дає.

V3. Якщо для ряду $\sum_{n=1}^{\infty} u_n \, (u_n > 0)$ існує границя $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n} = l$, тоді 1) якщо $l<1$, то ряд збігається, 2) якщо $l \ge 1$, то ряд розбігається.

V4. Якщо для ряду $\sum_{n=1}^{\infty} u_n \, (u_n > 0)$ існує границя $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{u_n} = l$, тоді 1) якщо $l<1$, то ряд збігається, 2) якщо $l>1$, то ряд розбігається, 3) якщо $l=1$, то радикальна ознака на питання про збіжність ряду відповіді не дає.

Q9.12. Який знакозмінний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ називається абсолютно збіжним, а який умовно збіжним?

V1. Знакозмінний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ називається абсолютно збіжним, якщо збіжним є ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$, складений із модулів його членів. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$ розбігається, а $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ - збігається, тоді ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ називається умовно збіжним.

V2. Знакозмінний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ називається абсолютно і умовно збіжним, якщо збіжним є ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$, складений із модулів його членів.

V3. Знакозмінний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ називається абсолютно і умовно збіжним, якщо розбіжним є ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$, складений із модулів його членів, а сам ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ збігається.

V4. Знакозмінний ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ називається абсолютно і умовно збіжним, якщо збіжним є ряд $\sum_{n=1}^{\infty} |u_n|$, складений із модулів його членів, а сам ряд $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ розбігається.

Q9.13. Як формулюється ознака Лейбніца збіжності знакопереміжного ряду $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}u_n$, $u_n > 0$ $\left(n = 1, 2, \ldots\right)$?

V1. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}u_n$, $u_n > 0$, $u_{n+1} \le u_n$ $\left(n = 1, 2, \ldots\right)$ і $\lim_{n\to\infty} u_n \ne 0$, тоді цей ряд збігається і сума S ряду $0 < S < u_1$.

V2. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}u_n$, $u_n > 0$, $u_{n+1} \le u_n$ $\left(n = 1, 2, \ldots\right)$ і $\lim_{n\to\infty} u_n = 0$, тоді цей ряд збігається і сума S ряду $0 \le S \le u_1$.

V3. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}u_n$, $u_n > 0$, $u_{n+1} \ge u_n$ $\left(n = 1, 2, \ldots\right)$ і $\lim_{n\to\infty} u_n = 0$, тоді цей ряд збігається і сума S ряду $S \ge u_1$.

V4. Якщо $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}u_n$, $u_n > 0$, $u_{n+1} \le u_n$ $\left(n = 1, 2, \ldots\right)$ і $\lim_{n\to\infty} u_n < 1$, тоді цей ряд збігається і сума S ряду $1 \le S \le u_1$.

Q9.14. Якщо S – сума збіжного знакопереміжного ряду $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\dfrac{n^2 - 3n + 5}{3n^3 - 2n}$ і Δ – гранична абсолютна похибка вказаного наближення, то

V1. $S \approx 3{,}24;\ \Delta = 0{,}02$. V2. $S \approx 2{,}85;\ \Delta = 0{,}07$.

V3. $S \approx 1{,}75;\ \Delta = 0{,}01$. V4. $S \approx 4{,}25;\ \Delta = 0{,}1$.

Q9.15. Для якого з указаних рядів не виконується необхідна умова збіжності

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100n}{n^2+3},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{\frac{n^3}{n^4+2}},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\sqrt[4]{\frac{n}{10n+3}},\quad \sum_{n=1}^{\infty} arctg\frac{\pi}{n}\ ?$$

V1. $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt[4]{\frac{n}{10n+3}}$.

V2. $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{\frac{n^3}{n^4+2}}$.

V3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{100n}{n^2+3}$.

V4. $\sum_{n=1}^{\infty} arctg\frac{\pi}{n}$.

Q9.16. Визначити, який з указаних рядів

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{10n}{n^3+1},\quad \sum_{n=1}^{\infty} arctg\sqrt{\frac{n}{4n+5}},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{n^4}$$

розбігається, користуючись достатньою ознакою розбіжності $\lim\limits_{n\to\infty} u_n \neq 0$.

V1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$. V2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{10n}{n^3+1}$. V3. $\sum_{n=1}^{\infty} arctg\sqrt{\frac{n}{4n+5}}$. V4. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{n^4}$

Q9.17. Для якого з указаних рядів

$$\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt[3]{\frac{n^2}{5n^2+1}},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2}\right)^n,\quad \sum_{n=1}^{\infty}\arcsin\frac{n}{n^2+5},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{\pi n}{n^2+1}$$

виконується необхідна умова збіжності?

V1. $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt[3]{\frac{n^2}{5n^2+1}}$.

V2. $\sum_{n=1}^{\infty}\arcsin\frac{n}{n^2+5}$.

V3. $\sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{\pi n}{n^2+1}$.

V4. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{2}\right)^n$.

Q9.18. Користуючись необхідною умовою збіжності, визначити, який з указаних рядів може бути збіжним

$$\sum_{n=1}^{\infty}\arcsin\frac{n}{2n+1},\quad \sum_{n=1}^{\infty}arctg\frac{3^n}{n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{\pi}{n^3},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi n}{3n+1},\ ?$$

V1. Жодний з цих рядів не може бути збіжним.

V2. $\sum_{n=1}^{\infty}\cos\frac{\pi}{n^3}$ може бути збіжним.

V3. $\sum_{n=1}^{\infty}arctg\frac{3^n}{n}$ може бути збіжним.

V4. $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi n}{3n+1}$ може бути збіжним.

Q9.19. Який з указаних рядів

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{5^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n5^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n2^n}{5^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^n}{5^n}$$

є геометричним рядом і чому дорівнює його знаменник q?

V1. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{n5^n}$ є геометричним. Його знаменник $q = 2/5$.

V2. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n2^n}{5^n}$ є геометричним. Його знаменник $q = 5/2$.

V3. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{5^n}$ є геометричним. Його знаменник $q = 2/5$.

V4. Жодний з цих рядів не є геометричним.

Q9.20. Який з указаних рядів

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n3^n}{5^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n5^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n3^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{3^n}$$

є геометричним рядом і чому дорівнює його знаменник q?

V1. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n3^n}{5^n}$ є геометричним. Його знаменник $q=3/5$.

V2. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n3^n}$ є геометричним. Його знаменник $q=5/3$.

V3. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{n5^n}$ є геометричним. Його знаменник $q=5/3$.

V4. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{3^n}$ є геометричним. Його знаменник $q=5/3$.

Q9.21. При яких умовах збігається та розбігається геометричний ряд $\sum_{n=1}^{\infty}u_1q^{n-1}$?

V1. Геометричний ряд $\sum_{n=1}^{\infty}u_1q^{n-1}$ збігається, якщо $|q|\le 1$, і розбігається, якщо $|q|>1$.

V2. Геометричний ряд $\sum_{n=1}^{\infty}u_1q^{n-1}$ збігається, якщо $|q|<1$, і розбігається, якщо $|q|\ge 1$.

V3. Геометричний ряд $\sum_{n=1}^{\infty}u_1q^{n-1}$ збігається, якщо $|q|>1$, і розбігається, якщо $|q|<1$.

V4. Геометричний ряд $\sum_{n=1}^{\infty}u_1q^{n-1}$ збігається, якщо $|q|\ne 1$, і розбігається, якщо $|q|=1$.

Q9.22. Якщо $n=4$, то n-та часткова сума S_n геометричного ряду $\sum_{n=1}^{\infty} 2\cdot 3^{n-1}$ дорівнює

V1. $S_4 = \dfrac{1-3^4}{2(1-3)} = 20$. V2. $S_4 = 4\cdot\dfrac{1-3^2}{1-3} = 16$.

V3. $S_4 = 2\cdot\dfrac{1-3^4}{1-3} = 80$. V4. $S_4 = 2\cdot\dfrac{1-3^{4+1}}{1-3} = 242$.

Q9.23. Який з указаних рядів

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n2^n}{5^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2^n}{5^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n2^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{2^n}$$

є збіжним геометричним і чому дорівнює його сума?

V1. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{n2^n}{5^n}$ є збіжним геометричним. Його сума $S=\dfrac{8}{3}$.

V2. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{5^n}{n2^n}$ є збіжним геометричним. Його сума $S=120$.

V3. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{5^n}{2^n}$ є збіжним геометричним. Його сума $S=84$.

V4. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{2^n}{5^n}$ є збіжним геометричним. Його сума $S=\dfrac{2}{3}$.

Q9.24. Який з указаних рядів

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n9^n}{5^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{11\cdot 7^n}{12\cdot 5^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{9^n}{n2^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{7\cdot 2^n}{9^n}$$

є збіжним геометричним і чому дорівнює його сума?

V1. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n9^n}{5^n}$ є збіжним геометричним. Його сума $S = \frac{28}{5}$.

V2. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{11 \cdot 7^n}{12 \cdot 5^n}$ є збіжним геометричним. Його сума $S = 24$.

V3. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{9^n}{n2^n}$ є збіжним геометричним. Його сума $S = \frac{15}{7}$.

V4. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{7 \cdot 2^n}{9^n}$ є збіжним геометричним. Його сума $S = 2$.

Q9.25. Який з указаних рядів

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{n}}{\sqrt{n^3+1}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+4}}{\sqrt[3]{n^5+1}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^5}}{\sqrt[3]{n^{10}}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^n}$$

є узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ і чому дорівнює показник степеня α?

V1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{n}}{\sqrt{n^3+1}}$, $\alpha = \frac{5}{4}$. V2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+4}}{\sqrt[3]{n^5+1}}$, $\alpha = \frac{7}{6}$.

V3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^5}}{\sqrt[3]{n^{10}}}$, $\alpha = \frac{5}{6}$. V4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{n^n}$, $\alpha = n - \frac{1}{2}$.

Q9.26. Який з указаних рядів

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[4]{n^3}}{\sqrt{n^3}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{\sqrt[3]{n^8+1}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{\sqrt{n^3}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{n^2}}{\sqrt{n^5}}$$

є збіжним узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ і чому?

V1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n^2}}{\sqrt{n^5}}$ є збіжним узагальненим гармонічним рядом, тому що $\alpha = 11/6 > 1$.

V2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[4]{n^3}}{\sqrt{n^3}}$ є збіжним узагальненим гармонічним рядом, тому що $\alpha = 3/4 < 1$.

V3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{\sqrt[3]{n^8+1}}$ є збіжним узагальненим гармонічним рядом, тому що $\alpha = 13/6 > 1$.

V4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^5}{\sqrt{n^3}}$ є збіжним узагальненим гармонічним рядом, тому що $\alpha = -7/2 < 1$.

Q9.27. Яку ознаку треба застосувати для встановлення збіжності чи розбіжності ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+1}{3^n}$? Чи буде цей ряд збіжним?

V1. Основну ознаку порівняння. Ряд розбігається.

V2. Радикальну ознаку Коші. Ряд розбігається.

V3. Ознаку Даламбера. Ряд збігається.

V4. Ознаку Даламбера. Ряд розбігається.

Q9.28. Яку ознаку треба застосувати для встановлення збіжності чи розбіжності ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt{\left((2n-1)/n\right)^n}$? Чи буде збіжним цей ряд?

V1. Граничну ознаку порівняння. Ряд збігається.

V2. Радикальну ознаку Коші. Ряд розбігається.

V3. Інтегральну ознаку. Ряд збігається.

V4. Ознаку Даламбера. Ряд збігається.

Q9.29. До якого з указаних рядів

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{\sqrt{n^5+3}},\ \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+5}{n!},\ \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\ln(n+1)}\right)^n$$

треба застосувати граничну ознаку порівняння для дослідження на збіжність і з яким еталонним рядом його порівняти?

V1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{\sqrt{n^5+3}}$ порівняти зі збіжним узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{3/2}}$.

V2. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\ln(n+1)}\right)^n$ порівняти зі збіжним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\ln(n+1)}$.

V3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n+5}{n!}$ порівняти зі збіжним геометричним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$.

V4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{\sqrt{n^5+3}}$ порівняти зі збіжним узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^5}$.

Q9.30. Яку ознаку треба застосувати для встановлення збіжності чи розбіжності ряду $\sum_{n=2}^{\infty}(1/\ln n)^n$? Чи буде збіжним цей ряд?

V1. Граничну ознаку порівняння з рядом $\sum_{n=2}^{\infty}(1/n)^n$. Ряд розбігається.

V2. Радикальну ознаку Коші. Ряд збігається.

V3. Інтегральну ознаку. Ряд збігається.

V4. Ознаку Даламбера. Ряд розбігається.

Q9.31. З яким еталонним рядом треба порівняти ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3}{4^n+1}$ для дослідження його на збіжність за допомогою основної ознаки порівняння? Чи буде збіжним заданий ряд?

V1. Порівняти з узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}$, ряд збігається.

V2. Порівняти з геометричним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{4^n}$, ряд розбігається.

V3. Порівняти з узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{n^4+3}$, ряд розбігається

V4. Порівняти з геометричним рядом $3\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4^n}$, ряд збігається.

Q9.32. З яким еталонним рядом треба порівняти ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{3n^2+2}}{n^3}$ для дослідження його на збіжність за допомогою граничної ознаки порівняння? Чи буде збіжним заданий ряд?

V1. Порівняти з геометричним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$, ряд збігається.

V2. Порівняти з узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$, ряд збігається.

V3. Порівняти з узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$, ряд розбігається.

V4. Порівняти з геометричним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{3^n}$, ряд розбігається.

Q9.33. З яким еталонним рядом треба порівняти ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}+3}$ для дослідження його на збіжність за допомогою граничної ознаки порівняння? Чи буде збіжним заданий ряд?

V1. Порівняти з геометричним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$, ряд збігається.

V2. Порівняти з узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$, ряд збігається.

V3. Порівняти з узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}$, ряд розбігається.

V4. треба порівняти з геометричним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$, ряд розбігається.

Q9.34. З яким еталонним рядом треба порівняти ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{\pi}{3^n}$ для дослідження його на збіжність за допомогою граничної ознаки порівняння? Чи буде збіжним заданий ряд?

V1. Порівняти з геометричним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{3^n}$, ряд розбігається.

V2. Порівняти з геометричним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi}{3^n}$, ряд збігається.

V3. Порівняти з узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\pi}{n^2}$, ряд розбігається.

V4. Порівняти з узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$, ряд збігається.

Q9.35. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\ln n}{n^5}$ є абсолютно чи умовно збіжним, або взагалі розбіжним і чому?

V1. Ряд абсолютно збіжний, бо збігається ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n^5}$.

V2. Ряд розбіжний, бо розбігається ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n^5}$.

V3. Ряд умовно збіжний, бо розбігається ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n^5}$, а сам ряд задовольняє ознаку Лейбніца.

V4. Ряд умовно збіжний, бо збігається ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln n}{n^5}$, а сам ряд не задовольняє ознаку Лейбніца.

Q9.36. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{\sqrt{2n-1}}$ є абсолютно чи умовно збіжним, або взагалі розбіжним і чому?

V1. Ряд абсолютно збігається, бо збігається ряд із модулів

$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2n-1}}$.

V2. Ряд збігається умовно, тому що ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2n-1}}$ розбігається, а сам ряд задовольняє ознаку Лейбніца.

V3. Ряд абсолютно збігається, бо розбігається ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{2n-1}}$.

V4. Ряд розбігається, тому що не задовольняє ознаку Лейбніца.

Q9.37. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{1}{4n+1}$ є абсолютно чи умовно збіжним, або взагалі розбіжним і чому?

V1. Ряд збігається умовно, тому що ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4n+1}$ розбігається, а сам ряд задовольняє ознаку Лейбніца.

V2. Ряд збігається абсолютно, тому що збігається ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4n+1}$.

V3. Ряд збігається абсолютно, тому що розбігається ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{4n+1}$.

V4. Ряд розбігається, тому що не задовольняє ознаку Лейбніца.

Q9.38. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{n}{5^n}$ є абсолютно чи умовно збіжним, або взагалі розбіжним і чому?

V1. Ряд збігається умовно, тому що ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5^n}$ розбігається, а сам ряд задовольняє ознаку Лейбніца.

V2. Ряд розбігається, тому що ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5^n}$ розбігається, а сам ряд не задовольняє ознаку Лейбніца.

V3. Ряд збігається умовно, тому що не задовольняє ознаку Лейбніца.

V4. Ряд збігається абсолютно, тому що ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{5^n}$ збігається.

Q9.39. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n\frac{\ln^2 n}{n}$ є абсолютно чи умовно збіжним, або взагалі розбіжним і чому?

V1. Ряд абсолютно збіжний, бо збігається ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln^2 n}{n}$.

V2. Ряд розбіжний, бо розбігається ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln^2 n}{n}$.

V3. Ряд умовно збіжний, бо розбігається ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln^2 n}{n}$, а сам ряд задовольняє ознаку Лейбніца.

V4. Ряд умовно збіжний, бо збігається ряд із модулів $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\ln^2 n}{n}$, а сам ряд не задовольняє ознаку Лейбніца.

Q9.40. Який з указаних рядів

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n^7+1}}, \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+2}{3^n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^n$$

потребує застосування радикальної ознаки Коші? Чи буде цей ряд збіжним?

V1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n^7+1}}$, збігається. V2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n}}{\sqrt{n^7+1}}$, розбігається.

V3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3n+2}{3^n}$, збігається. V4. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\arcsin\frac{1}{\sqrt{n}}\right)^n$, збігається.

Q9.41. Який з указаних рядів

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+2}{n!},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\sqrt[3]{\left(\frac{2n-1}{n+1}\right)^n},\quad \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$$

потребує застосування радикальної ознаки Коші? Чи буде цей ряд збіжним?

V1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n+2}{n!}$, збігається. V2. $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt[3]{\left(\frac{2n-1}{n+1}\right)^n}$, розбігається.

V3. $\sum_{n=1}^{\infty}\sqrt[3]{\left(\frac{2n-1}{n+1}\right)^n}$, збігається. V4. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln n}$, розбігається.

Q9.42. Який з указаних рядів

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^4}{4^n},\quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{arctg\, n}}{n^2+1},\quad \sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(\ln n)^{2n}}$$

потребує застосування радикальної ознаки Коші? Чи буде цей ряд збіжним?

V1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^4}{4^n}$, збігається. V2. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{arctg\, n}}{n^2+1}$, збігається.

V3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^4}{4^n}$, розбігається. V4. $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{(\ln n)^{2n}}$, збігається.

Q9.43. Який з указаних рядів

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n!}, \quad \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{4n+1}\right)^{n^2}, \quad \sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^2-n}}{n^3+2n+2}$$

потребує застосування радикальної ознаки Коші? Чи буде цей ряд збіжним?

V1. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n!}$, розбігається. V2. $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n}{4n+1}\right)^{n^2}$, збігається.

V3. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{5^n}{n!}$, збігається. V4. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^2-n}}{n^3+2n+2}$, розбігається.

Q9.44. Чому до ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^2-1}}{\sqrt[3]{n^9+4}}$ не доцільно застосовувати ознаку Даламбера? Яку ознаку можна застосувати для дослідження на збіжність цього ряду?

V1. Ознака Даламбера не відповідає на питання про збіжність чи розбіжність цього ряду, бо $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=1$. Можна застосувати граничну ознаку порівняння зі збіжним узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$.

V2. Ознака Даламбера дає сумнівний результат $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}>1$. Можна застосувати радикальну ознаку Коші.

V3. Ознака Даламбера не відповідає на питання про збіжність чи розбіжність цього ряду, бо $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=0$. Можна застосувати граничну ознаку порівняння зі збіжним узагальненим гармонічним рядом $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^3}$.

V4. Ознака Даламбера дає сумнівний результат $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}<1$. Можна застосувати радикальну ознаку Коші.

Q9.45. Чому до ряду $\sum\limits_{n=2}^{\infty}\frac{\ln n}{n}$ не доцільно застосовувати ознаку Даламбера? Яку ознаку можна застосувати для дослідження на збіжність цього ряду?

V1. Ознака Даламбера дає сумнівний результат $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=1$. Можна застосувати інтегральну ознаку Коші.

V2. Ознака Даламбера дає сумнівний результат $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=1$. Можна застосувати радикальну ознаку Коші.

V3. Ознака Даламбера дає сумнівний результат $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=0$. Можна застосувати граничну ознаку порівняння з розбіжним гармонічним рядом $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$.

V4. Ознака Даламбера дає сумнівний результат $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}>1$. Можна застосувати основну ознаку порівняння зі збіжним узагальненим гармонічним рядом $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$.

Q9.46. Чому до ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt{n^2+2}}{3n^5-2n}$ недоцільно застосовувати ознаку Даламбера? Яку ознаку можна застосувати для дослідження на збіжність цього ряду?

V1. Ознака Даламбера дає сумнівний результат $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=0$.

Можна застосувати інтегральну ознаку.

V2. Ознака Даламбера дає сумнівний результат $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=1$.

Можна застосувати радикальну ознаку.

V3. Ознака Даламбера дає сумнівний результат $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}=1$.

Можна застосувати граничну ознаку порівняння зі збіжним узагальненим гармонічним рядом $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^4}$.

V4. Ознака Даламбера дає сумнівний результат $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{u_{n+1}}{u_n}<1$.

Можна застосувати граничну ознаку порівняння зі збіжним узагальненим гармонічним рядом $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$.

Q9.47. Чому застосування радикальної ознаки Коші до ряду $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\sqrt{\left(\frac{2n-1}{2n+1}\right)^n}$ не дає відповіді на питання про його збіжність чи розбіжність?

V1. Тому що $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{u_n}=1$ і ситуація невизначена.

V2. Тому що $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{u_n}<1$ і ситуація невизначена.

V3. Тому що $\lim\limits_{n\to\infty}\sqrt[n]{u_n}>1$ і ситуація невизначена.

V4. До цього ряду не можна застосувати радикальну ознаку.

Q9.48. Чи можна до ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2n}{n^4+9}$ застосувати інтегральну ознаку? Чи буде цей ряд збіжним?

V1. Можна. Ряд розбіжний, бо розбігається невласний інтеграл $\int_{1}^{+\infty}\frac{2x}{x^4+9}dx$.

V2. Не можна. Ряд розбіжний за радикальною ознакою.

V3. Можна. Ряд збігається, бо збігається невласний інтеграл $\int_{1}^{+\infty}\frac{2x}{x^4+9}dx$.

V4. Не можна. Ряд збіжний за ознакою Даламбера.

Q9.49. Яку ознаку можна застосувати до ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^2+1}{6^n}$ для дослідження його на збіжність? Чи збігається цей ряд?

V1. Радикальну ознаку, ряд розбігається.

V2. Інтегральну ознаку, ряд розбігається.

V3. Граничну ознаку порівняння зі збіжним геометричним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{6^n}$, ряд збігається.

V4. Ознаку Даламбера, ряд збігається.

Q9.50. Яку ознаку можна застосувати до ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\sqrt[3]{n^3+1}}{n^2}$ для дослідження його на збіжність? Чи збігається цей ряд?

V1. Ознаку Даламбера, ряд розбігається.

V2. Граничну ознаку порівняння з розбіжним гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$, ряд розбігається.

V3. Радикальну ознаку, ряд збігається.

V4. Граничну ознаку порівняння зі збіжним геометричним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$, ряд збігається.

Q9.51. Яку ознаку можна застосувати до ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\left(tg\frac{\pi}{4n}\right)^n$ для дослідження його на збіжність? Чи збігається цей ряд?

V1. Радикальну ознаку, ряд розбігається.

V2. Інтегральну ознаку, ряд розбігається.

V3. Радикальну ознаку, ряд збігається.

V4. Граничну ознаку порівняння з гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$, ряд збігається.

Q9.52. Яку ознаку можна застосувати до ряду $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n\ln^2 n}$ для дослідження його на збіжність? Чи збігається цей ряд?

V1. Ознаку Даламбера, ряд розбігається.

V2. Інтегральну ознаку, ряд збігається.

V3. Радикальну ознаку, ряд розбігається.

V4. Граничну ознаку порівняння з узагальненим гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2}$, ряд збігається.

Q9.53. Яку ознаку можна застосувати до ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3^n}{(2n)!}$ для дослідження його на збіжність? Чи збігається цей ряд?

V1. Ознаку Даламбера, ряд збігається.

V2. Радикальну ознаку, ряд збігається.

V3. Інтегральну ознаку, ряд розбігається.

V4. Граничну ознаку порівняння зі збіжним геометричним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}$, ряд збігається.

Q9.54. Яку ознаку можна застосувати до ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\left(1-\cos\frac{\pi}{2n}\right)^n$ для дослідження його на збіжність? Чи збігається цей ряд?

V1. Радикальну ознаку, ряд розбігається.

V2. Інтегральну ознаку, ряд розбігається.

V3. Радикальну ознаку, ряд збігається.

V4. Граничну ознаку порівняння з гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$, ряд розбігається.

Q9.55. Яку ознаку можна застосувати до ряду $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{arctg\, n}{1+n^2}$ для дослідження його на збіжність? Чи збігається цей ряд?

V1. Ознаку Даламбера, ряд розбігається.

V2. Інтегральну ознаку, ряд збігається.

V3. Радикальну ознаку, ряд розбігається.

V4. Граничну ознаку порівняння з гармонічним рядом $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n}$, ряд розбігається.

З М І С Т

Навчальне видання

Колосов Анатолій Іванович,
Якунін Анатолій Вікторович,
Наземцева Людмила Василівна

ЗБІРНИК ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ. ЧАСТИНА ДРУГА

(для студентів спеціальностей 7.050106 "Облік і аудит", 7.050107 "Економіка підприємства")

Відповідальний за випуск: С.О. Станішевський

Редактор: М.З. Аляб'єв

План 2006, поз. 539

Підп. до друку 23.03.06 Формат 60x84 1/16
Папір офісний. Друк на ризографі.
Обл.-вид. арк. 6,0 Тираж 100 прим.
Зам. №

ХНАМГ, 61002, Харків, вул. Революції, 12

Сектор оперативної поліграфії ІОЦ ХНАМГ
ХНАМГ, 61002, Харків, вул. Революції, 12