Q12.4. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $x=2$; V2. не існує; V3. $x=0$; V4. $x=4$.

Q12.5. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=arctg\dfrac{1}{x}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $x=0$; V2. $x=-\pi/2$; V3. не існує; V4. $y=0$.

Q12.6. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{arctg\,x}{x(x-1)}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $x=0$; V2. $x=\pi/2$; V3. не існує; V4. $x=1$.

Q12.7. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{\sin x}{x(x-2)}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $x=2$; V2. $x=0$; V3. не існує; V4. $x=\pi/2$.

Q12.8. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{\arcsin x}{x(x-\pi/2)}$ служить пряма, рівняння якої

V1. не існує; V2. $x=0$; V3. $x=-\pi/2$; V4. $x=\pi/2$.

Q12.9. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{\ln(x-1)}{x(x+2)}$ служить пряма, рівняння якої

V1. не існує; V2. $x=0$; V3. $x=1$; V4. $x=-2$.

Q12.10. Вертикальною асимптотою до графіка функції

$y=\dfrac{e^{x}-1}{x(x+2)}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $x=0$; V2. не існує; V3. $x=-1$; V4. $x=-2$.

Q12.11. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{\ln(x+1)}{x^{2}-1}$ служить пряма, рівняння якої

V1. не існує; V2. $x=1$; V3. $x=-1$; V4. $x=0$.

Q12.12. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{\ln(x-2)}{x^{2}-4}$ служить пряма, рівняння якої

V1. не існує; V2. $x=2$; V3. $x=-1$; V4. $x=-2$.

Q12.13. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{e^{-x^{2}}}{x}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $x=0$; V2. не існує; V3. $y=0$; V4. $x=-2$.

Q12.14. Вертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{\sqrt{x}-1}{(x-1)\,(x+2)}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $x=2$; V2. $x=0$; V3. не існує; V4. $x=1$.

Q12.15. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{x^{2}-2x-3}{x^{3}-1}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $x=1$; V2. $y=0$; V3. $y=x-2$; V4. не існує.

Q12.16. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{x^{2}-2x+5}{x^{2}-1}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $y = x - 2$; V2. $y = 0$; V3. не існує; V4. $y = 1$.

Q12.17. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y = \dfrac{x^3 - 3x^2 - 3}{x^2 - 2x}$ служить пряма, рівняння якої

V1. не існує; V2. $y = 1$; V3. $y = x - 3$; V4. $y = x - 1$.

Q12.18. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y = \dfrac{4x^2 - 6x - 9}{2x - 1}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $y = 2x - 2$; V2. $y = 1$; V3. не існує; V4. $y = x - 1$.

Q12.19. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y = \dfrac{3x^2 - 6x + 4}{x - 2}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $y = 2x - 2$; V2. $y = 3x - 6$; V3. не існує; V4. $y = 3x$.

Q12.20. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y = 2x - \dfrac{4}{\pi} arctg\, x$ при $x \to +\infty$ служить пряма, рівняння якої

V1. $y = 2x - 2$; V2. $y = 2x - 4/\pi$; V3. $y = 4/\pi$; V4. $y = 2x$.

Q12.21. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y = \dfrac{6x^2 - x - 5}{3x^2 - 6x}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $y = 0$; V2. $x = 0$; V3. $y = 2$; V4. $y = 2x - 1$.

Q12.22. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y = x^2 e^{-x^2}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $y = 2x + 2$; V2. не існує; V3. $y = 0$; V4. $y = x$.

Q12.23. Невертикальною асимптотою до графіка функції

$y=\dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$ служить пряма, рівняння якої

V1. не існує; V2. $x=0$; V3. $y=-x$; V4. $y=0$.

Q12.24. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y=2x+\sin x$ служить пряма, рівняння якої

V1. $y=2x$; V2. не існує; V3. $y=2x+1$; V4. $y=2$.

Q12.25. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $y=0$; V2. $x=0$; V3. $y=-x$; V4. $y=x+3$.

Q12.26. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}$ при $x\to-\infty$ служить пряма, рівняння якої

V1. $y=1$; V2. не існує; V3. $y=-1$; V4. $y=x+1$.

Q12.27. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y=\ln\left(1+e^x\right)$ при $x\to+\infty$ служить пряма, рівняння якої

V1. $y=x+e$; V2. $y=x$; V3. $y=1$; V4. не існує.

Q12.28. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y=\dfrac{x^3-x+5}{x-6x}$ служить пряма, рівняння якої

V1. $y=0$; V2. $y=x$; V3. не існує; V4. $y=x-6$.

Q12.29. Невертикальною асимптотою до графіка функції $y=2x+\ln x$ служить пряма, рівняння якої

V1. $y=2x+2$; V2. не існує; V3. $y=0$; V4. $y=2x$.

13. Невизначений інтеграл. Основні поняття

Q13.1. Функція $F(x)$ називається первісною для функції $f(x)$ на $[a,b]$, якщо

V1. для $\forall x \in [a,b]$ $F'(x) = f(x)$;

V2. для $\forall x \in [a,b]$ $F'(x) \neq f(x)$;

V3. для $\forall x \in [a,b]$ $f'(x) = F(x)$;

V4. для $\forall x \in [a,b]$ $F'(x) > f(x)$.

Q13.2. Невизначеним інтегралом $\int f(x)dx$ називається

V1. похідна від підінтегральної функції $f(x)$: $\int f(x)dx = f'(x)$.

V2. сукупність усіх первісних для підінтегральної функції $f(x)$: $\int f(x)dx = F(x) + C$, де $F(x)$ – одна з первісних, C – довільна стала.

V3. сукупність усіх функцій, що визначаються виразом $\int f(x)dx = f(x) + C$, де C – довільна стала.

V4. диференціал первісної $F(x)$: $\int f(x)dx = dF(x)$.

Q13.3. Інтеграл $\int [\alpha f(x) + \beta g(x)]dx$, де $\forall \alpha, \beta$ – сталі, дорівнює

V1. $\alpha \int f(x)dx + \beta \int g(x)dx$; V2. $\alpha \int f(x)dx - \beta \int g(x)dx$;

V3. $\beta \int f(x)dx + \alpha \int g(x)dx$; V4. $\beta \int g(x)dx - \alpha \int f(x)dx$.

Q13.4. Яка рівність відповідає одній з форм методу заміни змінної?

V1. $\int f[\varphi'(x)]\varphi'(x)dx = \left| \begin{matrix} u = \varphi'(x) \\ du = \varphi'(x)dx \end{matrix} \right| = \int f(u)du$.

V2. $\int f[\varphi(x)]\varphi(x)dx = \left| \begin{matrix} u = \varphi(x) \\ du = \varphi'(x)dx \end{matrix} \right| = \int f(u)du$.

V3. $\int f[\varphi'(x)]\varphi(x)dx = \left| \begin{matrix} u = \varphi'(x) \\ du = \varphi(x)dx \end{matrix} \right| = \int f(u)du$.

V4. $\int f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx = \left| \begin{matrix} u = \varphi(x) \\ du = \varphi'(x)dx \end{matrix} \right| = \int f(u)du$.

Q13.5. Яка рівність відповідає одній з форм методу заміни змінної?

V1. $\int f(x)dx = \left| \begin{matrix} x = \varphi'(u); \\ dx = \varphi'(u)du \end{matrix} \right| = \int f(\varphi'(u))\varphi'(u)du$.

V2. $\int f(x)dx = \left| \begin{matrix} x = \varphi(u); \\ dx = \varphi'(u)du \end{matrix} \right| = \int f(\varphi(u))du$.

V3. $\int f(x)dx = \left| \begin{matrix} x = \varphi(u); \\ dx = \varphi'(u)du \end{matrix} \right| = \int f(\varphi(u))\varphi'(u)du$.

V4. $\int f(x)dx = \left| \begin{matrix} x = \varphi(u); \\ dx = \varphi(u)du \end{matrix} \right| = \int f(\varphi(u))\varphi(u)du$.

Q13.6. Невизначений інтеграл $\int f(ax+b)dx$ дорівнює

V1. $\frac{1}{a}F(ax+b)+C$, де $F(x)$ – одна з первісних для функції $f(x)$, C – довільна стала.

V2. $F(ax+b)+C$, де $F(x)$ – одна з первісних для функції

$f(x)$, C – довільна стала.

V3. $\frac{1}{b}F(ax+b)+C$, де $F(x)$ – одна з первісних для функції $f(x)$, C – довільна стала.

V4. $aF(ax+b)+C$, де $F(x)$ – одна з первісних для функції $f(x)$, C – довільна стала.

Q13.7. Невизначений інтеграл $\int \frac{f'(x)}{f(x)}dx$ дорівнює

V1. $-\frac{1}{f^2(x)}+C$. V2. $-\frac{1}{f(x)}+C$. V3. $\ln|f(x)|+C$.

V4. $\lg|f(x)|+C$.

Q13.8. Яке співвідношення називається формулою "інтегрування частинами"?

V1. $\int udv = uv + \int vdu$; V2. $\int udv = uv - \int vdu$;

V3. $\int udv = uv + \int uvdu$; V4. $\int udv = uv - \int uvdu$.

Q13.9. Який раціональний дріб $R(x)=\frac{P_m(x)}{Q_n(x)}$, де $P_m(x)$ і $Q_n(x)$ – многочлени відповідно степеня m і n, називається неправильним? Яке співвідношення застосовується для інтегрування неправильного раціонального дробу?

V1. дріб, у якому $m<n$; $\int \frac{P_m(x)}{Q_n(x)}dx = S_{m-n}(x)+\int \frac{R_r(x)}{Q_n(x)}dx$, де $S_{m-n}(x)$ – ціла частина, $\frac{R_r(x)}{Q_n(x)}$ – правильний дріб.

V2. дріб, у якому $m \ge n$; $\int \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} dx = \int S_{m-n}(x)\, dx +$ $+ \int \frac{R_r(x)}{Q_n(x)} dx$, де $S_{m-n}(x)$ – ціла частина, $\frac{R_r(x)}{Q_n(x)}$ – правильний дріб.

V3. дріб, у якому $m \ge n$; $\int \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} dx = S_{m-n}(x) \cdot R_r(x) -$ $- \int R_r(x) dS_{m-n}(x)$, де $S_{m-n}(x)$ – ціла частина, $\frac{R_r(x)}{Q_n(x)}$ – правильний дріб.

V4. дріб, у якому $m \ge n$; $\int \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} dx = \int S_{m-n}(x)\, dx +$ $+ \int R_r(x) dx$, де $S_{m-n}(x)$ – ціла частина, $\frac{R_r(x)}{Q_n(x)}$ – правильний дріб.

Q13.10. Який раціональний дріб $R(x) = \frac{P_m(x)}{Q_n(x)}$, де $P_m(x)$ і $Q_n(x)$ – многочлени відповідно степеня m і n, називається правильним? Яке співвідношення застосовується для інтегрування правильного раціонального дробу?

V1. дріб, у якому $m \ge n$; $\int \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} dx = \int P_m(x) dx + \int Q_n(x) dx$.

V2. дріб, у якому $m < n$; $\int \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} dx = P_m(x) + \int Q_n(x) dx$.

V3. дріб, у якому $m < n$;

$$\int \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} dx = P_m(x) \cdot Q_n(x) - \int P_m(x) dQ_n(x).$$

V4. дріб, у якому $m < n$; $\int \frac{P_m(x)}{Q_n(x)} dx = \sum_i \int E_i(x)\, dx$, де $E_i(x)$ – елементарний дріб, що відповідає одній із складових розкладу знаменника на прості дійсні множники.

Q13.11. Розклад правильного раціонального дробу $\frac{x^2+4x-8}{x^3+4x}$ на суму елементарних дробів має вигляд

V1. $\frac{3}{x} + \frac{x+2}{x^2+4}$. V2. $\frac{-5}{x} + \frac{-x+2}{x^2+4}$. V3. $\frac{1}{x} + \frac{3}{x+2} + \frac{-2}{x-2}$.

V4. $\frac{-2}{x} + \frac{3x+4}{x^2+4}$.

Q13.12. Розклад правильного раціонального дробу $\frac{x+6}{x^3+2x^2}$ на суму елементарних дробів має вигляд

V1. $\frac{2}{x^2} + \frac{3}{x} + \frac{1}{x+2}$. V2. $\frac{3}{x^2} + \frac{-1}{x} + \frac{1}{x+2}$.

V3. $\frac{-2}{x^2} + \frac{4}{x} + \frac{-1}{x+2}$. V4. $\frac{-3}{x^2} + \frac{2}{x+2}$.

Q13.13. Розклад правильного раціонального дробу $\frac{2x^2-6}{(x-2)^3}$ на суму елементарних дробів має вигляд

V1. $\frac{-3}{(x-2)^2} + \frac{1}{x-2}$. V2. $\frac{2}{(x-2)^3} + \frac{5}{(x-2)^2} + \frac{1}{x-2}$.

V3. $\frac{1}{(x-2)^3} + \frac{4}{(x-2)^2} + \frac{-3}{x-2}$. V4. $\frac{2}{(x-2)^3} + \frac{4}{(x-2)^2}$.

Q13.14. Розклад правильного раціонального дробу $\dfrac{6x-10}{x^2-6x+8}$ на суму елементарних дробів має вигляд

V1. $\dfrac{-1}{x-2}+\dfrac{7}{x-4}$. V2. $\dfrac{3}{x-2}+\dfrac{4}{x-4}$. V3. $\dfrac{-2}{x-2}+\dfrac{5}{x-4}$.

V4. $\dfrac{-4}{x-2}+\dfrac{1}{x-4}$.

Q13.15. Розклад правильного раціонального дробу $\dfrac{16x-8}{x^3-4x}$ на суму елементарних дробів має вигляд

V1. $\dfrac{2}{x}+\dfrac{-1}{x+2}+\dfrac{3}{x-2}$. V2. $\dfrac{4}{x}+\dfrac{1}{x+2}+\dfrac{2}{x-2}$.

V3. $\dfrac{-2}{x}+\dfrac{4}{x+2}+\dfrac{-1}{x-2}$. V4. $\dfrac{2}{x}+\dfrac{-5}{x+2}+\dfrac{3}{x-2}$.

Q13.16. Який метод застосовується при інтегруванні раціональної функції від лінійних ірраціональностей

$$\int R\left(ax+b, \sqrt[n_1]{ax+b}, \sqrt[n_2]{ax+b}, \ldots, \sqrt[n_k]{ax+b}\right)dx\,?$$

V1. застосовується метод заміни змінної; $x = a\,tg\,u$.

V2. застосовується метод інтегрування частинами.

V3. застосовується метод заміни змінної: $ax+b=u^N$, де $N = HCK\left(n_1, n_2 \ldots, n_k\right)$.

V4. застосовується метод заміни змінної: $x = a\sin u$.

Q13.17. Що називається універсальною тригонометричною підстановкою і для знаходження яких інтегралів вона застосовується?

V1. $z = tg\frac{x}{2}$; застосовується при інтегруванні тригонометричних функцій $\int f(\sin x, \cos x)dx$, де f – довільна функція відносно $\sin x$ і $\cos x$.

V2. $z = tg\, x$; застосовується при інтегруванні тригонометричних функцій $\int f(\sin x, \cos x)dx$, де f – довільна функція відносно $\sin x$ і $\cos x$.

V3. $z = tg\frac{x}{2}$; застосовується при інтегруванні тригонометричних функцій $\int R(\sin x, \cos x)dx$, де R – раціональна функція відносно $\sin x$ і $\cos x$.

V4. $z = \cos 2x$; застосовується при інтегруванні тригонометричних функцій $\int R(\sin x, \cos x)dx$, де R – раціональна функція відносно $\sin x$ і $\cos x$.

Q13.18. Який метод застосовується для обчислення інтеграла $\int R\left(x, \sqrt{a^2 - x^2}\right)dx$, де R – раціональна функція?

V1. застосовується метод заміни змінної; $x = a\, tg\, u$.

V2. застосовується метод заміни змінної: $x = a \sin u$.

V3. застосовується метод інтегрування частинами.

V4. застосовується метод заміни змінної: $x = a/\cos u$.

Q13.19. Який метод застосовується для обчислення інтеграла $\int R\left(x, \sqrt{x^2 + a^2}\right)dx$, де R – раціональна функція?

V1. застосовується метод заміни змінної; $x = a\, tg\, u$.

V2. застосовується метод інтегрування частинами.

V3. застосовується метод заміни змінної: $x = a\sin u$.

V4. застосовується метод заміни змінної: $x = a/\cos u$.

Q13.20. Який метод застосовується для обчислення інтеграла $\int R\left(x, \sqrt{x^2 - a^2}\right)dx$, де R – раціональна функція?

V1. застосовується метод заміни змінної; $x = a\,tg\,u$.

V2. застосовується метод інтегрування частинами.

V3. застосовується метод заміни змінної: $x = a/\cos u$.

V4. застосовується метод заміни змінної: $x = a\sin u$.

14. Інтегрування різних класів функцій

Q14.1. Невизначений інтеграл $\int \sin(3x+2)dx$ дорівнює

V1. $\cos(3x+2)+C$. V2. $-\cos(3x+2)+C$.

V3. $-\frac{1}{3}\cos(3x+2)+C$. V4. $-\frac{1}{2}\cos(3x+2)+C$.

Q14.2. Невизначений інтеграл $\int cos(2x+3)dx$ дорівнює

V1. $\frac{1}{3}\sin(2x+3)+C$. V2. $\frac{1}{2}\sin(2x+3)+C$.

V3. $\sin(2x+3)+C$. V4. $-2\sin(2x+3)+C$.

Q14.3. Невизначений інтеграл $\int tg3xdx$ дорівнює

V1. $-\ln|\cos 3x| + C$. V2. $\ln|\sin 3x| + C$. V3. $3\ln|\cos 3x| + C$.

V4. $-\frac{1}{3}\ln|\cos 3x| + C$.

Q14.4. Невизначений інтеграл $\int ctg 4x dx$ дорівнює

V1. $\frac{1}{4}\ln|\sin 4x| + C$.

V2. $-\ln(\sin 4x) + C$.

V3. $4\ln|\sin 4x| + C$.

V4. $\ln(\sin 4x) + C$.

Q14.5. Невизначений інтеграл $\int \frac{3x^2 - 2x + 4}{x^3 - x^2 + 4x + 3} dx$ дорівнює

V1. $3\ln|x^3 - x^2 + 4x + 3| + C$.

V2. $\ln|x^3 - x^2 + 4x + 3| + C$.

V3. $\ln|3x^2 - 2x + 4| + C$.

V4. $-\frac{1}{(x^3 - x^2 + 4x + 3)^2} + C$.

Q14.6. Невизначений інтеграл $\int \frac{x^3}{4x^4 + 1} dx$ дорівнює

V1. $\frac{1}{4}\lg|4x^4 + 1| + C$.

V2. $\frac{1}{16}\ln|4x^4 + 1| + C$.

V3. $4\ln|4x^4 + 1| + C$.

V4. $\ln|4x^4 + 1| + C$.

Q14.7. Невизначений інтеграл $\int \frac{e^{3x}}{e^{3x} + 5} dx$ дорівнює

V1. $\ln|e^{3x} + 5| + C$.

V2. $3\ln|e^{3x} + 5| + C$.

V3. $\frac{1}{3}\ln|e^{3x} + 5| + C$.

V4. $4\ln|e^{3x} + 5| + C$.

Q14.8. Невизначений інтеграл $\int \frac{1}{(1 + x^2) arctg\, x} dx$ дорівнює

V1. $\ln|arctg\, x| + C$.

V2. $x\, arctg\, x + C$.

V3. $\ln\left|1+x^2\right|+C$. V4. $arctgx\cdot\ln x+C$.

Q14.9. Невизначений інтеграл $\int\frac{arctg^3x}{1+x^2}dx$ дорівнює

V1. $arctg^4x+C$. V2. $4arctg^4x+C$.

V3. $\frac{1}{4}arctg^4x+C$. V4. $3arctg^2x+C$.

Q14.10. Невизначений інтеграл $\int\frac{\sqrt{\ln x}}{x}dx$ дорівнює

V1. $\frac{1}{2\sqrt{\ln x}}+C$. V2. $\frac{2}{3}\sqrt{\ln^3 x}+C$.

V3. $\frac{3}{2}\sqrt{\ln^3 x}+C$. V4. $2\sqrt{\ln x}+C$.

Q14.11. Невизначений інтеграл $\int\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}dx$ дорівнює

V1. $\arcsin^2 x+C$. V2. $\frac{1}{2}\arcsin^2 x+C$.

V3. $2\arcsin x+C$. V4. $2\arcsin^2 x+C$.

Q14.12. Невизначений інтеграл $\int\frac{x}{\left(x^2+4\right)^3}dx$ дорівнює

V1. $\frac{1}{4\left(x^2+4\right)^2}+C$. V2. $-\frac{1}{4\left(x^2+4\right)^2}+C$.

V3. $\frac{1}{4}\left(x^2+4\right)^2+C$. V4. $\frac{4}{3\left(x^2+4\right)^2}+C$.

Q14.13. Невизначений інтеграл $\int e^{3x^2+4} \cdot x\,dx$ дорівнює

V1. $\frac{1}{6} e^{3x^2+4} + C$.

V2. $\frac{1}{3} e^{3x^2+4} + C$.

V3. $\frac{1}{4} e^{3x^2+4} + C$.

V4. $6 e^{3x^2+4} + C$.

Q14.14. Невизначений інтеграл $\int \frac{e^{-tg\,x}}{\cos^2 x} dx$ дорівнює

V1. $e^{-tg\,x} + C$.

V2. $e^{-2tg\,x} + C$.

V3. $-e^{-tg\,x} tg\,x + C$.

V4. $-e^{-tg\,x} + C$.

Q14.15. Невизначений інтеграл $\int 2^{3x+8} dx$ дорівнює

V1. $\frac{2^{3x+8}}{3\ln 2} + C$.

V2. $\frac{2^{3x+8}}{\ln 2} + C$.

V3. $\frac{2^{3x+8}}{6} + C$.

V4. $\frac{1}{8} 2^{3x+8} + C$.

Q14.16. Невизначений інтеграл $\int \frac{5^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$ дорівнює

V1. $\frac{2}{\ln 5} 5^{\sqrt{x}} + C$.

V2. $2 \cdot 5^{\sqrt{x}} + C$.

V3. $\frac{5^{\sqrt{x}}}{\ln 5} + C$.

V4. $5^{\sqrt{x}} \cdot \ln 5 + C$.

Q14.17. Невизначений інтеграл $\int \frac{1}{9+4x^2} dx$ дорівнює

V1. $\frac{1}{6} arctg \frac{3x}{2} + C$.   V2. $\frac{1}{4} arctg \frac{2x}{3} + C$.

V3. $\frac{1}{6} arctg \frac{2x}{3} + C$.   V4. $\frac{2}{3} arctg \frac{2x}{3} + C$.

Q14.18. Невизначений інтеграл $\int \frac{1}{\sqrt{9-4x^2}} dx$ дорівнює

V1. $\frac{1}{2} \arcsin \frac{2x}{3} + C$.   V2. $\frac{2}{3} \arcsin \frac{2x}{3} + C$.

V3. $\frac{3}{2} \arcsin \frac{2x}{3} + C$.   V4. $\frac{3}{2} \arcsin \frac{3x}{2} + C$.

Q14.19. Невизначений інтеграл $\int \frac{x}{1+x^4} dx$ дорівнює

V1. $arctg\, x^2 + C$.   V2. $\frac{1}{2} arctg\, x^2 + C$.

V3. $2 arctg\, x^2 + C$.   V4. $arctg\, 2x + C$.

Q14.20. Невизначений інтеграл $\int \frac{x^2}{\sqrt{16-x^6}} dx$ дорівнює

V1. $\arcsin \frac{x^3}{4} + C$.   V2. $3 \arcsin \frac{x^3}{4} + C$.

V3. $\frac{1}{3} \arcsin \frac{x^3}{4} + C$.   V4. $4 \arcsin x^3 + C$.

Q14.21. Невизначений інтеграл $\int \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}$ дорівнює

V1. $\ln\left|x^2 - 3x + 2\right| + C$.   V2. $\ln\left|\frac{x-2}{x-1}\right| + C$.

V3. $\ln\left|\frac{x-1}{x-2}\right|+C$. V4. $\ln\left|(x-1)(x-2)\right|+C$.

Q14.22. Невизначений інтеграл $\int\frac{dx}{x^2-4x+8}$ дорівнює

V1. $\frac{1}{2}arctg\frac{x-2}{2}+C$. V2. $arctg\frac{x-2}{2}+C$.

V3. $2arctg\frac{x-2}{2}+C$. V4. $2arctg2(x-2)+C$.

Q14.23. Невизначений інтеграл $\int\frac{dx}{x^2-6x+8}$ дорівнює

V1. $\ln\left|x^2-6x+8\right|+C$. V2. $\ln\left|(x-4)(x-2)\right|+C$.

V3. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-4}{x-2}\right|+C$. V4. $2\ln\left|\frac{x-4}{x-2}\right|+C$.

Q14.24. Невизначений інтеграл $\int\frac{dx}{x^2-10x+24}$ дорівнює

V1. $\ln\left|x^2-10x+24\right|+C$. V2. $\ln\left|(x-6)(x-4)\right|+C$.

V3. $\frac{1}{3}\ln\left|\frac{x-6}{x-4}\right|+C$. V4. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-6}{x-4}\right|+C$.

Q14.25. Невизначений інтеграл $\int\frac{dx}{x^2+8x+25}$ дорівнює

V1. $\ln\left|x^2+8x+25\right|+C$. V2. $arctg\frac{x+4}{3}+C$.

V3. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-4}{x+4}\right|+C$. V4. $\frac{1}{3}arctg\frac{x+4}{3}+C$.

Q14.26. Невизначений інтеграл $\int \frac{(x+3)\,dx}{x^2+6x+13}$ дорівнює

V1. $\frac{3}{2}\ln\left|x^2+6x+13\right|+C$. V2. $\frac{1}{2}arctg\frac{x+3}{2}+C$.

V3. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-3}{x+3}\right|+C$. V4. $\frac{1}{2}\ln\left|x^2+6x+13\right|+C$.

Q14.27. Невизначений інтеграл $\int \frac{(2x-7)\,dx}{x^2-7x+50}$ дорівнює

V1. $\frac{1}{2}\ln\left|x^2-7x+50\right|+C$. V2. $arctg\frac{x-7}{2}+C$.

V3. $\ln\left|x^2-7x+50\right|+C$. V4. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-7}{x}\right|+C$.

Q14.28. Невизначений інтеграл $\int \frac{dx}{x^2+10x+29}$ дорівнює

V1. $\frac{1}{2}\ln\left|x^2+10x+29\right|+C$. V2. $\frac{1}{2}arctg\frac{x+5}{2}+C$.

V3. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-5}{x+5}\right|+C$. V4. $2\,arctg\frac{x+5}{2}+C$.

Q14.29. Невизначений інтеграл $\int tg^2 x\,dx$ дорівнює

V1. $tg\,x-x+C$. V2. $tg\,x+x+C$.

V3. $ctgx-x+C$. V4. $ctgx+x+C$.

Q14.30. Невизначений інтеграл $\int ctg^2 2x\,dx$ дорівнює

V1. $ctg2x-x+C$. V2. $-ctg2x-x+C$.

V3. $-\frac{1}{2}ctg2x - x + C$. V4. $-2ctg2x - x + C$.

Q14.31. Невизначений інтеграл $\int \sin^3 x \cdot \cos x \, dx$ дорівнює

V1. $\frac{\sin^4 x}{4} + C$. V2. $4\sin^4 x + C$.

V3. $2\sin 2x + C$. V4. $3\sin^2 x + C$.

Q14.32. Невизначений інтеграл $\int \cos^4 x \cdot \sin x \, dx$ дорівнює

V1. $\frac{\cos^5 x}{5} + C$. V2. $-\frac{\cos^5 x}{5} + C$.

V3. $5cos^5 x + C$. V4. $-4cos^3 x + C$.

Q14.33. Невизначений інтеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{x} - 5}$ дорівнює

V1. $2\left(\sqrt{x} + \ln\left|\sqrt{x} - 5\right|\right) + C$. V2. $\sqrt{x} - 5\ln\left|\sqrt{x} - 5\right| + C$.

V3. $\sqrt{x} + 5\ln\left|\sqrt{x} - 5\right| + C$. V4. $2\left(\sqrt{x} + 5\ln\left|\sqrt{x} - 5\right|\right) + C$.

Q14.34. Невизначений інтеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + 2}$ дорівнює

V1. $2\left(\sqrt{x} - 2\ln\left|\sqrt{x} + 2\right|\right) + C$. V2. $\sqrt{x} - 2\ln\left|\sqrt{x} + 2\right| + C$.

V3. $2\left(\sqrt{x} + 2\ln\left|\sqrt{x} + 2\right|\right) + C$. V4. $\sqrt{x} + 2\ln\left|\sqrt{x} + 2\right| + C$.

Q14.35. Невизначений інтеграл $\int xe^x dx$ дорівнює

V1. $xe^x + e^x + C$. V2. $x^2 e^x + C$.

V3. $e^x - xe^x + C$. V4. $xe^x - e^x + C$.

Q14.36. Невизначений інтеграл $\int x\sin x\,dx$ дорівнює

V1. $x\cos x - \sin x + C$. V2. $x\cos x + \sin x + C$.

V3. $-x\cos x + \sin x + C$. V4. $x\sin x - \cos x + C$.

Q14.37. Невизначений інтеграл $\int x\arcsin x\,dx$ дорівнює

V1. $\arcsin x - \sqrt{1-x^2} + C$. V2. $x\arcsin x + \sqrt{1-x^2} + C$.

V3. $x\arcsin x + 2\sqrt{1-x^2} + C$. V4. $x^2\arcsin x + C$.

Q14.38. Невизначений інтеграл $\int x\sin\frac{x}{2}dx$ дорівнює

V1. $-2x\cos\frac{x}{2} + 4\sin\frac{x}{2} + C$. V2. $x\cos\frac{x}{2} - 2\sin\frac{x}{2} + C$.

V3. $-2x\cos\frac{x}{2} - 4\sin\frac{x}{2} + C$. V4. $-2x\cos\frac{x}{2} - 2\sin\frac{x}{2} + C$.

Q14.39. Невизначений інтеграл $\int x\cos\frac{x}{2}dx$ дорівнює

V1. $2x\sin\frac{x}{2} - 4\cos\frac{x}{2} + C$. V2. $2x^2\sin\frac{x}{2} + C$.

V3. $2x\sin\frac{x}{2} + 4\cos\frac{x}{2} + C$. V4. $x\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2} + C$.

Q14.40. Невизначений інтеграл $\int arctg\,x\,dx$ дорівнює

V1. $arctg\,x - 2\ln\left(1+x^2\right) + C$. V2. $x\,arctg\,x + \ln\left(1+x^2\right) + C$.

V3. $x\,arctg\,x - \frac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right) + C$. V4. $arctg\,x - \frac{1}{2}\ln\left(1+x^2\right) + C$.

Q14.41. Невизначений інтеграл $\int x\,arctg\,x\,dx$ дорівнює

V1. $\frac{1}{2}x^2 arctg\,x - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}arctg\,x + C$.

V2. $\frac{1}{2}xarctg\,x + \frac{1}{2}x + arctg\,x + C$.

V3. $\frac{1}{2}x^2 arctg\,x - \frac{1}{2}x\,arctg\,x + C$.

V4. $x^2 arctg\,x - 2x + \frac{1}{2}arctg\,x + C$.

Q14.42. Невизначений інтеграл $\int x\,e^{-x}\,dx$ дорівнює

V1. $-\frac{1}{2}x^2\,e^{-x} + C$.

V2. $x\,e^{-x} - e^{-x} + C$.

V3. $-x\,e^{-x} + e^{-x} + C$.

V4. $-x\,e^{-x} - e^{-x} + C$.

Q14.43. Невизначений інтеграл $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{1-x^2}}$ дорівнює

V1. $\frac{2\sqrt{1-x^2}}{x} + C$.

V2. $-\frac{\sqrt{1-x^2}}{x} + C$.

V3. $-\frac{x}{\sqrt{1-x^2}} + C$.

V4. $\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2} + C$.

Q14.44. Невизначений інтеграл $\int \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+1}}$ дорівнює

V1. $\frac{\sqrt{x^2+1}}{x} + x + C$.

V2. $\frac{\sqrt{x^2+1}}{x^3} + C$.

V3. $-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}+C$. V4. $-\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}+C$.

Q14.45. Невизначений інтеграл $\int \dfrac{dx}{x^2\sqrt{x^2-1}}$ дорівнює

V1. $\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x}+x+C$. V2. $-\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x^2}+C$.

V3. $-\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}+C$. V4. $\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{2x}+C$.

Q14.46. Невизначений інтеграл $\int \dfrac{dx}{\sqrt{\left(1-x^2\right)^3}}$ дорівнює

V1. $\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}+C$. V2. $-\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}+C$.

V3. $\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}+C$. V4. $\dfrac{x^2}{\sqrt{1-x^2}}+C$.

Q14.47. Невизначений інтеграл $\int \dfrac{dx}{\sqrt{\left(x^2+1\right)^3}}$ дорівнює

V1. $\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x}+x+C$. V2. $-\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x^2}+C$.

V3. $-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}+C$. V4. $\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}+C$.

Q14.48. Невизначений інтеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{\left(x^2-1\right)^3}}$ дорівнює

V1. $\frac{\sqrt{x^2-1}}{x}+C$.

V2. $-\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}+C$.

V3. $\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}+C$.

V4. $\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}-x+C$.

Q14.49. Невизначений інтеграл $\int \frac{\sqrt{1-x^2}\,dx}{x^2}$ дорівнює

V1. $-\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}-\arcsin x+C$.

V2. $-\frac{\sqrt{1-x^2}}{x}+C$.

V3. $\sqrt{1-x^2}-\arcsin x+C$.

V4. $-\frac{\sqrt{1-x^2}}{x^2}+C$.

Q14.50. Невизначений інтеграл $\int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x}}$ дорівнює

V1. $2\,arctg\sqrt{x}+C$.

V2. $arctg\sqrt{x}+C$.

V3. $\frac{1}{2}arctg\sqrt{x}+C$.

V4. $arctg\sqrt{x}+\sqrt{x}+C$.

Q14.51. Невизначений інтеграл $\int \frac{dx}{(x-1)\sqrt{x}}$ дорівнює

V1. $2\,arctg\sqrt{x}+C$.

V2. $2\ln|x-1|+\ln x+C$.

V3. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right|+C$.

V4. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}\right|+C$.

Q14.52. Невизначений інтеграл $\int \frac{dx}{\left(\sqrt[3]{x}+1\right)\sqrt{x}}$ дорівнює

V1. $6\sqrt[6]{x}+arctg\sqrt[6]{x}+C$. V2. $3\sqrt{x}-6\,arctg\sqrt[6]{x}+C$.

V3. $6\sqrt[6]{x}\,arctg\sqrt[6]{x}+C$. V4. $6\sqrt[6]{x}-6\,arctg\sqrt[6]{x}+C$.

Q14.53. Невизначений інтеграл $\int \frac{\sqrt{x}+1}{x}dx$ дорівнює

V1. $2\sqrt{x}+\ln|x|+C$. V2. $2\sqrt{x}+2\ln|x|+C$.

V3. $2\sqrt{x}-\ln|x|+C$. V4. $\sqrt{x}-2\ln|x|+C$.

Q14.54. Невизначений інтеграл $\int \frac{dx}{\left(\sqrt[3]{x}+1\right)\sqrt[3]{x}}$ дорівнює

V1. $\sqrt[3]{x^2}-3\ln\left|\sqrt[3]{x}+1\right|+C$. V2. $\sqrt[3]{x}+\ln\left|\sqrt[3]{x}+1\right|+C$.

V3. $3\sqrt[3]{x}-3\ln\left|\sqrt[3]{x}+1\right|+C$. V4. $3x-\ln\left|\sqrt[3]{x}+1\right|+C$.

15. Визначений інтеграл

Q15.1. У чому полягає геометричний зміст визначеного інтеграла $\int_a^b f(x)dx$?

V1. $\int_a^b f(x)dx=S$ дорівнює площі криволінійної трапеції, що обмежена лініями: $y=0,\ x=a,\ x=b,\ y=f(x)$ в декартовій системі координат Oxy.

V2. $\int\limits_a^b f(x)dx = S$ дорівнює площі криволінійної трапеції, що обмежена лініями: $y=1$, $x=a$, $x=b$, $y=f(x)$ в декартовій системі координат Oxy.

V3. $\int\limits_a^b f(x)dx = S$ дорівнює площі криволінійної трапеції, що обмежена лініями: $y=0$, $x=0$, $x=b$, $y=f(x)$ в декартовій системі координат Oxy.

V4. $\int\limits_a^b f(x)dx = S$ дорівнює площі криволінійного сектора, обмеженого лініями: $\varphi=a$, $\varphi=b$, $\rho=f(\varphi)$ в полярній системі координат.

Q15.2. В чому полягає зв'язок між невизначеним інтегралом $\int f(x)dx$ і інтегралом зі змінною верхньою межею $\int\limits_a^x f(t)dt$?

V1. $\int f(x)dx = \int\limits_a^b f(t)dt + C$, де C – довільна стала.

V2. $\int f(x)dx = \int\limits_a^x f(t)dt$.

V3. $\int f(x)dx = \int\limits_a^a f(t)dt + C$, де C – довільна стала.

V4. $\int f(x)dx = \int\limits_a^x f(t)dt + C$, де C – довільна стала.

Q15.3. Чому дорівнює $\int_a^b [\alpha f(x)+\beta g(x)]dx$, де α, β – довільні сталі?

V1. $\int_a^b [\alpha f(x)+\beta g(x)]dx = \alpha\int_a^b g(x)dx + \beta\int_a^b f(x)dx$.

V2. $\int_a^b [\alpha f(x)+\beta g(x)]dx = \alpha\int_a^b f(x)dx + \beta\int_a^b g(x)dx$.

V3. $\int_a^b [\alpha f(x)+\beta g(x)]dx = \alpha\int_a^b f(x)dx + \alpha\int_a^b g(x)dx$.

V4. $\int_a^b [\alpha f(x)+\beta g(x)]dx = \beta\int_a^b f(x)dx + \beta\int_a^b g(x)dx$.

Q15.4. Як виглядає формула Ньютона–Лейбніца, що виражає зв'язок між визначеним інтегралом $\int_a^b f(x)dx$ і відповідним невизначеним інтегралом $\int f(x)dx = F(x)+C$?

V1. $\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(a)-F(b)$.

V2. $\int_a^b f(x)\,dx = f(x)\Big|_a^b = f(b)-f(a)$.

V3. $\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(x)-F(b)-F(a)$.

V4. $\int_a^b f(x)\,dx = F(x)\Big|_a^b = F(b) - F(a)$.

Q15.5. Як виглядає одна з форм заміни змінної у визначеному інтегралі?

V1. $\int_a^b f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx = \left| \begin{matrix} u = \varphi(x);\ du = \varphi'(x)dx \\ u_1 = \varphi(a);\ u_2 = \varphi(b) \end{matrix} \right| = \int_{u_1}^{u_2} f(u)du$.

V2. $\int_a^b f[\varphi(x)]\varphi'(x)dx = \left| \begin{matrix} u = \varphi(x);\ du = \varphi'(x)dx \\ u_1 = a;\ u_2 = b \end{matrix} \right| = \int_a^b f(u)du$.

V3. $\int_a^b f[\varphi(x)]dx = \left| \begin{matrix} u = \varphi(x);\ du = \varphi'(x)dx \\ u_1 = a;\ u_2 = b \end{matrix} \right| = \int_a^b f(u)du$.

V4. $\int_a^b f[\varphi(x)]dx = \left| \begin{matrix} u = \varphi(x);\ du = \varphi'(x)dx \\ u_1 = \varphi(a);\ u_2 = \varphi(b) \end{matrix} \right| = \int_{u_1}^{u_2} f(u)du$.

Q15.6. Як виглядає формула інтегрування частинами у визначеному інтегралі?

V1. $\int_a^b u\,dv = u\Big|_a^b + v\Big|_a^b - \int_a^b v\,du$. V2. $\int_a^b u\,dv = uv\Big|_a^b + \int_a^b v\,du$.

V3. $\int_a^b u\,dv = uv\Big|_a^b - \int_a^b v\,du$. V4. $\int_a^b u\,dv = v\Big|_a^b - u\int_a^b v\,du$.

Q15.7. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int_0^1 (x+1)^3 dx$?

V1. $17/4$. V2. $15/4$. V3. $16/3$. V4. $15/3$.

Q15.8. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int\limits_0^{\pi/6} \sin 3x dx$?

V1. $1/6$. V2. $1/4$. V3. $1/3$. V4. $2/3$.

Q15.9. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int\limits_0^1 \frac{x}{x^2+4} dx$?

V1. $\frac{1}{2}\ln\frac{5}{4}$. V2. $\ln\frac{5}{4}$. V3. $\ln 5 - \ln 4$. V4. $2\ln\frac{5}{4}$.

Q15.10. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int\limits_0^2 \frac{1}{x^2+4} dx$?

V1. $\pi/4$. V2. $\pi/6$. V3. $\pi/2$. V4. $\pi/8$.

Q15.11. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int\limits_0^{\pi/2} x\cos 2x\, dx$?

V1. $1/4$. V2. $-1/2$. V3. $-\pi/2$. V4. $-3/4$.

Q15.12. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int\limits_0^{\pi} x\sin 2x\, dx$?

V1. $\pi/4$. V2. $-1/2$. V3. $-\pi/2$. V4. $\pi/8$.

Q15.13. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int\limits_1^{e} x\ln x\, dx$?

V1. $-\frac{e^2+1}{4}$. V2. $\frac{e^2+1}{4}$. V3. $\frac{e^2-1}{2}$. V4. $\frac{e^2}{2}$.

Q15.14. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int\limits_0^2 x\, e^{x/2}\, dx$?

V1. 4.   V2. $4e-4$.   V3. $-2e$.   V4. $1/4$.

Q15.15. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int\limits_0^{\pi} \sin x \cdot \cos 2x \, dx$?

V1. $\pi/4$.   V2. $-1/2$.   V3. $-1/3$.   V4. $-\pi/2$.

Q15.16. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int\limits_0^{\pi/2} \cos x \cdot \cos 2x \, dx$?

V1. $-\pi/3$.   V2. 2π.   V3. $-1/6$.   V4. $1/3$.

Q15.17. Визначений інтеграл $\int\limits_0^{\pi} \sin 3x \cdot \cos 4x \, dx$ дорівнює

V1. $-1/6$.   V2. $1/20$.   V3. $-2/3$.   V4. $1/8$.

Q15.18. Визначений інтеграл $\int\limits_0^{\pi/4} \cos 3x \cdot \cos 7x \, dx$ дорівнює

V1. $-4/7$.   V2. $3/8$.   V3. $1/20$.   V4. $1/3$.

Q15.19. Визначений інтеграл $\int\limits_0^{\pi/4} \sin 5x \cdot \sin 9x \, dx$ дорівнює

V1. $1/2$.   V2. $1/28$.   V3. $1/20$.   V4. $2/3$.

Q15.20. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int\limits_0^{\pi} \sin^3 x \, dx$?

V1. $2/3$.   V2. $1/28$.   V3. $-1/10$.   V4. $1/3$.

Q15.21. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int\limits_0^{\pi/2} \cos^3 x \, dx$?

V1. $5/6$. V2. $1/15$. V3. $-1/3-\dfrac{1}{3}$. V4. $2/3$.

Q15.22. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int\limits_0^{\pi}\sin^2 x\,dx$?

V1. $2/3$. V2. $\pi/2$. V3. $-\pi/3$. V4. $-1/3$.

Q15.23. Чому дорівнює визначений інтеграл $\int\limits_0^{\pi/2}\cos^2 x\,dx$?

V1. $-\pi/4$. V2. $\pi/2$. V3. $\pi/4$. V4. $-1/3$.

Q15.24. Яку заміну змінної інтегрування треба застосувати для обчислення визначеного інтеграла $\int\limits_4^9\dfrac{dx}{\sqrt{x}-1}$ і чому дорівнює його значення?

V1. $x=u^2$; $\int\limits_4^9\dfrac{2u}{u-1}du=2\left(5+\ln\dfrac{8}{3}\right)$.

V2. $x=u^2$; $\int\limits_2^3\dfrac{1}{u-1}du=\ln 2$.

V3. $x=u^2$; $\int\limits_4^9\dfrac{1}{u-1}du=\ln\dfrac{8}{3}$.

V4. $x=u^2$; $\int\limits_2^3\dfrac{2u}{u-1}du=2(1+\ln 2)$.

Q15.25. Яку заміну змінної інтегрування треба застосувати для обчислення визначеного інтеграла $\int\limits_0^1 x\sqrt{x^2+1}\,dx$ і чому дорівнює його значення?

V1. $u = x^2 + 1;\ \ \frac{1}{2}\int_1^2 \sqrt{u}\,du = \frac{1}{3(2\sqrt{2}-1)}$.

V2. $u = x^2;\ \ \frac{1}{2}\int_0^1 \sqrt{u}\,du = \frac{1}{3}$.

V3. $u = x^2 + 1;\ \ \frac{1}{2}\int_1^2 \sqrt{u}\,du = \frac{1}{3}\left(2\sqrt{2}-1\right)$.

V4. $u = x^2 + 1;\ \ \frac{1}{2}\int_2^3 \sqrt{u}\,du = \frac{1}{3}\left(3\sqrt{3}-2\sqrt{2}\right)$.

Q15.26. Яку заміну змінної інтегрування треба застосувати для обчислення визначеного інтеграла $\int_0^1 \frac{e^x dx}{4+e^{2x}}$ і чому дорівнює його значення?

V1. $u = e^x;\ \ \int_1^e \frac{du}{4+u^2} = \frac{1}{2} arctg \frac{e}{2}$.

V2. $u = e^x;\ \int_0^1 \frac{du}{4+u^2} = \ \frac{1}{2} arctg \frac{1}{2}$.

V3. $u = e^x;\ \ \int_1^e \frac{du}{4+u^2} = \frac{1}{2}\left(arctg \frac{e}{2} - arctg \frac{1}{2} \right)$.

V4. $u = e^x;\ \ \int_1^e \frac{du}{4+u^2} = arctg \frac{e}{2} - arctg \frac{1}{2}$.

Q15.27. Яку заміну змінної інтегрування треба застосувати для обчислення визначеного інтеграла $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{2+\cos x}$ і чому дорівнює його значення?

V1. $u = tg\,\dfrac{x}{2}$; $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{4+u^2}\,du = \frac{\pi}{8}$.

V2. $u = tg\,\dfrac{x}{2}$; $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{3+u^2}\,du = \frac{\pi}{6\sqrt{3}}$.

V3. $u = tg\,\dfrac{x}{2}$; $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{1}{2+u^2}\,du = \frac{1}{\sqrt{2}}\,arctg\,\frac{\pi}{2\sqrt{2}}$.

V4. $u = tg\,\dfrac{x}{2}$; $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{1}{4+u^2}\,du = \frac{1}{2}\,arctg\,\frac{\pi}{4}$.

Q15.28. Яку заміну змінної інтегрування треба застосувати для обчислення визначеного інтеграла $\displaystyle\int_{\sqrt{3}/3}^{1} \frac{dx}{x^2\sqrt{x^2+1}}$ і чому дорівнює його значення?

V1. $x = tg\,u$; $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{du}{\sin^2 u} = \sqrt{3}-1$.

V2. $x = tg\,u$; $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{\cos^3 u\,du}{\sin^2 u} = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$.

V3. $x = tg\,u$; $\displaystyle\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{\cos u\,du}{\sin^2 u} = 2-\sqrt{2}$.

V4. $x = tg\,u$; $\displaystyle\int_{\sqrt{3}/3}^{1} \frac{\cos u\,du}{\sin^2 u} = \frac{5\pi}{12}$.

Q15.29. Яку заміну змінної інтегрування треба застосувати для обчислення визначеного інтеграла $\int\limits_{\sqrt{2}}^{2} \frac{\sqrt{x^2-1}\,dx}{x^4}$ і чому дорівнює його значення?

V1. $x = \frac{1}{\cos u}$; $\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{\cos u\,du}{\sin^2 u} = \frac{5\sqrt{3}-2}{4}$.

V2. $x = \frac{1}{\cos u}$; $\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \sin^2 u \cdot \cos u\,du = \frac{3\sqrt{3}-2\sqrt{2}}{24}$.

V3. $x = \frac{1}{\cos u}$; $\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \sin^2 u\,du = \frac{6\sqrt{3}-\sqrt{2}}{12}$.

V4. $x = \frac{1}{\cos u}$; $\int\limits_{\pi/4}^{\pi/3} \cos^2 u \cdot \sin u\,du = \frac{9-5\sqrt{2}}{8}$.

Q15.30. Яку заміну змінної інтегрування треба застосувати для обчислення визначеного інтеграла $\int\limits_{1/2}^{\sqrt{2}/2} \frac{dx}{\sqrt{\left(1-x^2\right)^3}}$ і чому дорівнює його значення?

V1. $x = \sin u$; $\int\limits_{1/2}^{\sqrt{2}/2} \frac{du}{\cos^2 u} = \frac{4-\sqrt{2}}{6}$.

V2. $x = \sin u$; $\int\limits_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{du}{\cos^2 u} = \frac{3-\sqrt{3}}{3}$.

V3. $x = \sin u$; $\int\limits_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{\sin u\,du}{\cos^2 u} = \frac{2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{3}$.

V4. $x=\sin u$; $\int\limits_{\pi/6}^{\pi/4}\frac{du}{\cos^2 u}=\frac{2-\sqrt{3}}{4}$.

16. Невласні інтеграли

Q16.1. Що називається невласним інтегралом з нескінченною верхньою межею $\int\limits_a^{+\infty} f(x)dx$?

V1. $\int\limits_a^{+\infty} f(x)dx = \int\limits_a^{b} f(x)dx$.

V2. $\int\limits_a^{+\infty} f(x)dx = \lim\limits_{b\to+\infty} \int\limits_{-a}^{b} f(x)dx$.

V3. $\int\limits_a^{+\infty} f(x)dx = \lim\limits_{b\to+\infty} \int\limits_{a}^{b} f(x)dx$.

V4. $\int\limits_a^{+\infty} f(x)dx = \lim\limits_{b\to+\infty} \int\limits_{a}^{b} |f(x)| dx$.

Q16.2. Що називається невласним інтегралом з обома нескінченними межами $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$?

V1. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \lim\limits_{a\to+\infty} \int\limits_{-a}^{a} f(x)dx$.

V2. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \lim\limits_{a\to-\infty} \int\limits_{a}^{c} f(x)dx + \lim\limits_{b\to+\infty} \int\limits_{c}^{b} f(x)dx$.

V3. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \int\limits_{a}^{c} f(x)dx + \int\limits_{c}^{b} f(x)dx$.

V4. $\int\limits_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = \lim\limits_{a\to-\infty} \int\limits_{a}^{c} |f(x)|dx + \lim\limits_{b\to+\infty} \int\limits_{c}^{b} |f(x)|dx$.

(Тут c – довільне дійсне число).

Q16.3. При яких умовах невласні інтеграли $\int\limits_{a}^{+\infty} f(x)dx$ і $\int\limits_{a}^{+\infty} g(x)dx$ від невід’ємних функцій $f(x)\geq 0,\ g(x)\geq 0$, $x\in[a,+\infty)$ збігаються чи розбігаються одночасно?

V1. Якщо існує відмінна від нуля скінченна границя $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = q\ \ (0<q<+\infty)$.

V2. Якщо існує границя $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{g(x)} = 0$.

V3. Якщо існує відмінна від нуля скінченна границя $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(f(x)\cdot g(x)\right) = q\ \ (0<q<+\infty)$.

V4. Якщо існує границя $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(f(x)\cdot g(x)\right) = 0$.

Q16.4. Що називається невласним інтегралом $\int\limits_{a}^{b} f(x)dx$ від розривної в точці b функції $f(x)$?

V1. $\int\limits_{a}^{b} f(x)dx = \lim\limits_{0<\varepsilon\to 0} \int\limits_{a}^{b+\varepsilon} f(x)dx$.

V2. $\int\limits_a^b f(x)dx = \lim\limits_{0<\varepsilon\to 0} \int\limits_a^{b-\varepsilon} f(x)dx$.

V3. $\int\limits_a^b f(x)dx = \lim\limits_{0<\varepsilon\to 0} \int\limits_{a-\varepsilon}^{b} f(x)dx$.

V4. $\int\limits_a^b f(x)dx = \lim\limits_{\varepsilon\to 0} \int\limits_{a+\varepsilon}^{b-\varepsilon} f(x)dx$.

Q16.5. Що називається невласним інтегралом $\int\limits_a^b f(x)dx$ від розривної в точці $c\in(a;\, b)$ функції $f(x)$?

V1. $\int\limits_a^b f(x)dx = \lim\limits_{0<\varepsilon\to 0} \int\limits_{a+\varepsilon}^{c} f(x)dx + \lim\limits_{0<\varepsilon\to 0} \int\limits_{c}^{b-\varepsilon} f(x)dx$.

V2. $\int\limits_a^b f(x)dx = \int\limits_a^{c-\alpha} f(x)dx + \int\limits_{c+\beta}^{b} f(x)dx$, де α, β – достатньо малі додатні числа.

V3. $\int\limits_a^b f(x)dx = \lim\limits_{0<\varepsilon\to 0}\left(\int\limits_a^{c-\varepsilon} f(x)dx + \int\limits_{c+\varepsilon}^{b} f(x)dx \right)$.

V4. $\int\limits_a^b f(x)dx = \lim\limits_{0<\alpha\to 0} \int\limits_a^{c-\alpha} f(x)dx + \lim\limits_{0<\beta\to 0} \int\limits_{c+\beta}^{b} f(x)dx$.

Q16.6. При якій умові збігається невласний інтеграл $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha}$ і яке при цьому його значення?

V1 $0<\alpha<1$; $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha} = \frac{1}{1-\alpha}$. V2. $\alpha<0$; $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha} = \frac{1}{\alpha}$.

V3. $\alpha = 1$; $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x} = 0$. V4. $\alpha > 1$; $\int\limits_1^{+\infty} \frac{dx}{x^\alpha} = \frac{1}{\alpha - 1}$.

Q16.7. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I = \int\limits_0^{+\infty} \frac{x\,dx}{4 + x^4}$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I = \pi/8$;

V3. інтеграл збігається, $I = \pi/4$;

V4. інтеграл збігається, $I = \pi^2/6$.

Q16.8. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 9}$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I = \pi/2$;

V3. інтеграл збігається, $I = \pi/4$;

V4. інтеграл збігається, $I = \pi/3$.

Q16.9. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I = \int\limits_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2}$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I = \pi/3$;

V3. інтеграл збігається, $I = \pi/4$;

V4. інтеграл збігається, $I = -\pi/4$.

Q16.10. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I=\int\limits_{-\infty}^{1}\frac{dx}{x^2-2x+10}$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I=\pi/6$;

V3. інтеграл збігається, $I=-\pi/2$;

V4. інтеграл збігається, $I=\pi/4$.

Q16.11. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I=\int\limits_{1}^{+\infty}\frac{dx}{\sqrt[3]{x^2}\left(\sqrt[3]{x}+4\right)}$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I=1/2$;

V3. інтеграл збігається, $I=-\ln 5$;

V4. інтеграл збігається, $I=\ln 4$.

Q16.12. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I=\int\limits_{5}^{+\infty}\frac{dx}{x^2-4x+3}$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I=\ln\frac{3}{5}$;

V3. інтеграл збігається, $I=\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$;

V4. інтеграл збігається, $I=\frac{\ln 2}{2}$.

Q16.13. Обчислення за означенням невласного інтеграла

$I = \int\limits_{\sqrt{2}}^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 - 1}}$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I = \pi/3$;

V3. інтеграл збігається, $I = -\pi/2$;

V4. інтеграл збігається, $I = \pi/4$.

Q16.14. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I = \int\limits_{1}^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 1}}$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл збігається, $I = \ln\left(1 + \sqrt{2}\right)$;

V2. інтеграл розбігається;

V3. інтеграл збігається, $I = 5/\ln 2$;

V4. інтеграл збігається, $I = \frac{1}{2}\ln\left(1 + \sqrt{2}\right)$.

Q16.15. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 9}$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I = \pi/2$;

V3. інтеграл збігається, $I = \pi/3$;

V4. інтеграл збігається, $I = \pi/4$.

Q16.16. Обчислення за означенням невласного інтеграла

$I = \int\limits_{0}^{+\infty} \frac{arctg\, x\; dx}{1+x^2}$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I = \pi^2/8$;

V3. інтеграл збігається, $I = \pi/4$;

V4. інтеграл збігається, $I = \pi^2/4$.

Q16.17. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I = \int\limits_{2}^{+\infty} \frac{dx}{x \ln x}$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I = \ln 2$;

V3. інтеграл збігається, $I = \ln \ln 2$;

V4. інтеграл збігається, $I = 1/\ln 2$.

Q16.18. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I = \int\limits_{2}^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I = \ln 2$;

V3. інтеграл збігається, $I = 1/\ln 2$;

V4. інтеграл збігається, $I = \ln(3/2)$.

Q16.19. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I = \int\limits_{0}^{+\infty} x e^{-x^2} dx$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I = 2e^{-1}$;

V3. інтеграл збігається, $I = 1/2$;

V4. інтеграл збігається, $I = e^{-1}/2$.

Q16.20. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I = \int\limits_{1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} e^{-\sqrt{x}} dx$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I = 2e^{-1}$;

V3. інтеграл збігається, $I = 1/2$;

V4. інтеграл збігається, $I = e^{-1}/2$.

Q16.21. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I = \int\limits_{1}^{+\infty} \frac{1}{x^2} e^{1/x} dx$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I = e - 1$;

V3. інтеграл збігається, $I = e/2$;

V4. інтеграл збігається, $I = 1 - e^{-1}$.

Q16.22. Обчислення за означенням невласного інтеграла $I = \int\limits_{e}^{+\infty} \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$ приводить до наступного результату:

V1. інтеграл розбігається;

V2. інтеграл збігається, $I = 1$;

V3. інтеграл збігається, $I = 2$;

V4. інтеграл збігається, $I = 1/2$.

17. Застосування визначеного інтеграла

Q17.1. Площа S плоскої області D, правильної (стандартної) у напрямку координатної осі Ox (рис. 1), обчислюється за формулою

V1. $S = \int\limits_a^b \left(y_1(x) + y_2(x)\right)dx$. V2. $S = \int\limits_a^b \left(y_2(x) - y_1(x)\right)dx$.

V3. $S = \int\limits_a^b y_1(x) \cdot y_2(x)\,dx$. V4. $S = \int\limits_a^b \left(y_1(x) - y_2(x)\right)dx$.

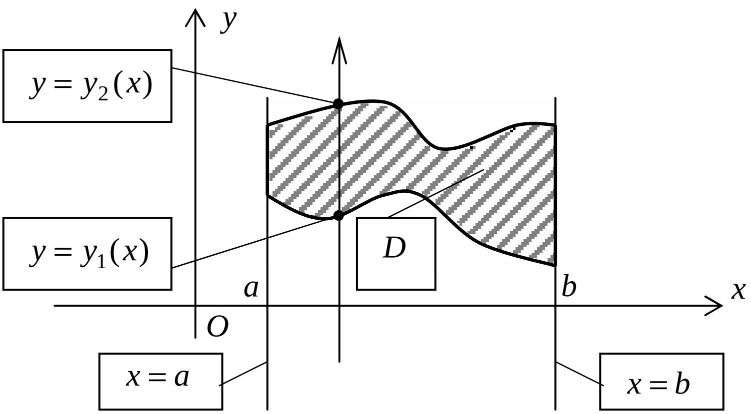

Рис. 1

Q17.2. Площа S плоскої області D, правильної (стандартної) у напрямку координатної осі Oy (рис. 2), обчислюється за формулою

V1. $S = \int_c^d \left(x_1(y) - x_2(y)\right) dy$. V2. $S = \int_c^d \frac{x_2(y)}{x_1(y)}\, dy$.

V3. $S = \int_c^d x_1(y) \cdot x_2(y)\, dy$. V4. $S = \int_c^d \left(x_2(y) - x_1(y)\right) dy$.

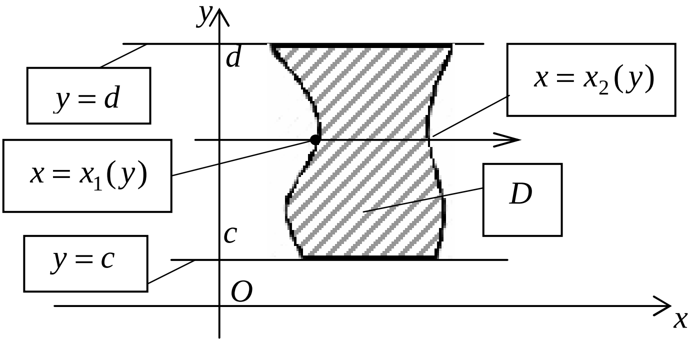

Рис. 2

Q17.3. Площа якої фігури в системі координат Oxy обчислюється за допомогою визначеного інтеграла $S = \int_0^2 x^2 dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_0^2 = \frac{8}{3}$?

V1. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x = 1, x = 2$, $y = 0, y = x^2$.

V2. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x = -2, x = 2, y = 1, y = x^2$.

V3. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=0, x=2$, $y=0, y=x^2$.

V4. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=0, x=2, y=x^2$, $y=4$.

Q17.4. Площа якої фігури в системі координат Oxy обчислюється за допомогою визначеного інтеграла

$$S=\int_2^3 (x+1)dx=\left.\frac{(x+1)^2}{2}\right|_2^3=\frac{4^2-3^2}{2}=\frac{7}{2}?$$

V1. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=2, x=3, y=0, y=x+1$.

V2. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=0, x=3, y=0, y=x+1$.

V3. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=0, x=2$, $y=0, y=x+1$.

V4. Площа криволінійної трапеції, яка обмежена лініями $x=2, y=1, x=3, y=x+1$.

Q17.5. Площа якої фігури в системі координат Oxy обчислюється за допомогою визначеного інтеграла

$$S=\int_0^1 \left(x-x^2\right)dx=\left.\frac{x^2}{2}-\frac{x^3}{3}\right|_0^1=\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{1}{6}?$$

V1. Площа фігури, обмеженої лініями $x=0, x=1$, $y=x^2$, $y=-x$.

V2. Площа фігури, обмеженої лініями $x=-1, x=1$, $y=0$, $y=x^2$.

V3. Площа фігури, обмеженої лініями $x=0$, $x=1, y=x^2$,

$y = x$.

V4. Площа фігури, обмеженої лініями $x = 0, y = 0, x = 1, y = x$.

Q17.6. Площа якої фігури в системі координат Oxy обчислюється за допомогою визначеного інтеграла

$$S = \int_0^1 \left(\sqrt{x} - x^2\right) dx = \left(\frac{2\sqrt{x^3}}{3} - \frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_0^1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3}?$$

V1. Площа фігури, обмеженої лініями $y = x^2, y = \sqrt{x}$.

V2. Площа фігури, обмеженої лініями $y = x^2, y = x$.

V3. Площа фігури, обмеженої лініями $x = 0, y = \sqrt{x}, x = 1, y = 0$.

V4. Площа фігури, обмеженої лініями $x = 1, x = 2, y = 0, y = x^2$.

Q17.7. Чому дорівнює площа S плоскої області

D: $y = x^2$; $x - y + 2 = 0$?

V1. $2\frac{2}{3}$. V2. $1\frac{1}{4}$. V3. $4\frac{1}{2}$. V4. 3.

Q17.8. Чому дорівнює площа S плоскої області

D: $y = x^2$; $y = 2 - x^2$?

V1. $2\frac{2}{3}$. V2. $1\frac{1}{4}$. V3. $4\frac{1}{2}$. V4. $2\frac{1}{3}$.

Q17.9. Чому дорівнює площа S плоскої області

D: $y = x^3$; $x + y - 2 = 0$; $x = 0$?

V1. $4\frac{1}{3}$. V2. $1\frac{1}{4}$. V3. $2\frac{1}{2}$. V4. 4.

Q17.10. Чому дорівнює площа S криволінійного сектора, обмеженого лініями $\rho=\rho(\varphi)$, $\varphi=\alpha$, $\varphi=\beta$ $(\alpha\le\beta)$ у полярній системі координат?

V1. $S=\int\limits_{\alpha}^{\beta}\rho^2(\varphi)d\varphi$. V2. $S=\frac{1}{2}\int\limits_{\alpha}^{\beta}\rho^2(\varphi)d\varphi$.

V3. $S=\frac{1}{2}\int\limits_{\beta}^{\alpha}\rho^2(\varphi)d\varphi$. V4. $S=\frac{1}{2}\int\limits_{\alpha}^{\beta}(\rho'(\varphi))^2\,d\varphi$.

Q17.11. Площа S плоскої області D, правильної (стандартної) у напрямку координатних променів $\varphi=C$, $C=const$ полярної системи координат $O\rho\varphi$ (рис. 3), обчислюється за формулою

V1. $S=\frac{1}{2}\int\limits_{\beta}^{\alpha}\left((\rho_1(\varphi))^2+(\rho_2(\varphi))^2\right)d\varphi$.

V2. $S=\int\limits_{\alpha}^{\beta}(\rho_2(\varphi))^2\times(\rho_1(\varphi))^2\,d\varphi$.

V3. $S=\frac{1}{2}\int\limits_{\alpha}^{\beta}(\rho_2(\varphi)-\rho_1(\varphi))\,d\varphi$.

V4. $S=\frac{1}{2}\int\limits_{\alpha}^{\beta}\left((\rho_2(\varphi))^2-(\rho_1(\varphi))^2\right)d\varphi$.

Q17.12. У прямокутній декартовій системі координат Oxy довжина l дуги L: $y=f(x)$, $x\in[a;b]$, $a\le b$ дорівнює

V1. $l=\int\limits_a^b \sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}\,dx$. V2. $l=\int\limits_a^b \sqrt{1+f'(x)}\,dx$.

V3. $l=\pi\int\limits_a^b \sqrt{1+\left(f'(x)\right)^2}\,dx$. V4. $l=\pi\int\limits_a^b \left(1+\left(f'(x)\right)^2\right)dx$.

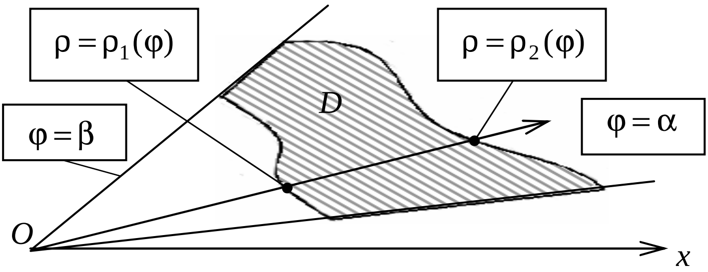

Рис. 3

Q17.13. Довжина l якої дуги кривої в системі координат Oxy обчислюється за формулою

$$l=\int\limits_0^1 \sqrt{1+\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2}\,dx=\left.\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right|_0^1=\frac{e-e^{-1}}{2}\,?$$

V1. $y=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$; $x\in[0;1]$. V2. $y=e^x+e^{-x}$; $x\in[0;1]$.

V3. $y=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$; $x\in[0;1]$. V4. $y=e^x-e^{-x}$; $x\in[0;1]$.

Q17.14. Довжина l якої дуги кривої в системі координат Oxy обчислюється за формулою

$$l=\int_0^1\sqrt{1+x}\,dx=\frac{2}{3}\sqrt{(1+x)^3}\Big|_0^1=\frac{2}{3}\left(2\sqrt{2}-1\right)?$$

V1. $y=\sqrt{x^3}$; $x\in[0;1]$. V2. $y=\frac{2}{3}\sqrt{x^3}$; $x\in[0;1]$.

V3. $y=\frac{1}{3}\sqrt{x^3}$; $x\in[0;1]$. V4. $y=\frac{1}{2}\sqrt{x^3}$; $x\in[0;1]$.

Q17.15. Чому дорівнює довжина l дуги кривої

L: $y=\frac{2}{3}x^{3/2}$; $x\in[0;3]$?

V1. $2\frac{1}{3}$. V2. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. V3. 4. V4. $4\frac{2}{3}$.

Q17.16. Чому дорівнює довжина l дуги кривої

L: $y=\ln\sin x$; $x\in[\pi/3;\pi/2]$?

V1. $\sqrt{2}/2$. V2. $1+\ln(3/2)$. V3. $\frac{1}{2}\ln 3$. V4. $\frac{\pi}{6}$.

Q17.17. Чому дорівнює довжина l дуги кривої

L: $y=\ln\cos x$; $x\in[0;\pi/6]$?

V1. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. V2. $1-\ln(3/2)$. V3. $\frac{1}{2}\ln 3$. V4. 3π.

Q17.18. Чому дорівнює довжина l дуги кривої

L: $y=\ln\left(x^2-1\right)$; $x\in[2;3]$?

V1. $\pi/3$. V2. $1+\ln(3/2)$. V3. $2-\ln 3$. V4. $\sqrt{3}/2$.

Q17.19. Чому дорівнює довжина l дуги кривої

$L\colon\ y=\sqrt{16-x^2}\,;\ x\in[0;2]$?

V1. $4\sqrt{2}$. V2. 3π. V3. $\pi/2$. V4. 2π.

Q17.20. Чому дорівнює довжина l дуги кривої

$L\colon\ y=\sqrt{1-x^2}+\arcsin x;\ x\in[0;9/16]$?

V1. $\sqrt{2}/2$. V2. $3-\sqrt{2}$. V3. $3/2$. V4. $3/4$.

Q17.21. У прямокутній системі координат Oxy довжина l дуги параметрично заданої лінії $L\colon\begin{cases}x=x(t),\\ y=y(t),\end{cases}$ $t\in[\alpha;\beta],\ \alpha\le\beta$ дорівнює

V1. $l=\int\limits_{\alpha}^{\beta}\sqrt{1+\left(y'(t)\right)^2}\,dt$. V2. $l=\int\limits_{\alpha}^{\beta}\left(\left(x'(t)\right)^2+\left(y'(t)\right)^2\right)dt$.

V3. $l=\int\limits_{\alpha}^{\beta}\sqrt{\left(x'(t)\right)^2+\left(y'(t)\right)^2}\,dt$. V4. $l=\int\limits_{\alpha}^{\beta}\left(x(t)+y(t)\right)dt$.

Q17.22. Чому дорівнює довжина l дуги параметрично заданої лінії $L\colon\begin{cases}x=3\cos t,\\ y=3\sin t,\end{cases}$ $t\in[0;\pi]$?

V1. $5\pi/2$. V2. $\pi/2$. V3. 4π. V4. 3π.

Q17.23. Чому дорівнює довжина l дуги параметрично заданої лінії $L\colon\begin{cases}x=2\,arctg\,t,\\ y=\ln\left(1+t^2\right),\end{cases}$ $t\in\left[0;\frac{3}{4}\right]$?

V1. $3\frac{1}{2}$. V2. $\ln\frac{3}{4}$. V3. $4\ln 2$. V4. $\ln 2$.

Q17.24. У полярній системі координат довжина l дуги L:

$\rho=\rho(\varphi),\ \varphi=\alpha,\ \varphi=\beta\ (\alpha\le\beta)$ дорівнює

V1. $l=\int\limits_{\beta}^{\alpha}\sqrt{(\rho(\varphi))^2-(\rho'(\varphi))^2}\,d\varphi$.

V2. $l=\int\limits_{\alpha}^{\beta}\rho(\varphi)\cdot(\rho'(\varphi))^2\,d\varphi$.

V3. $l=\int\limits_{\alpha}^{\beta}\sqrt{(\rho(\varphi))^2+(\rho'(\varphi))^2}\,d\varphi$.

V4. $l=\pi\int\limits_{\alpha}^{\beta}\sqrt{(\rho(\varphi))^2+(\rho'(\varphi))^2}\,d\varphi$.

Q17.25. Чому дорівнює довжина l дуги кривої, що задана в полярних координатах $L\colon \rho=6\sin\varphi;\ \varphi\in[0;\pi/2]$?

V1. $2\sqrt{2}$.   V2. 3π.   V3. $\pi/3$.   V4. 2π.

Q17.26. Чому дорівнює довжина l дуги кривої, що задана в полярних координатах $L\colon \rho=4\cos^2\dfrac{\varphi}{2};\ \varphi\in[0;\pi/3]$?

V1. 2.   V2. 4.   V3. $4\sqrt{2}$.   V4. 6π.

Q17.27. Чому дорівнює довжина l дуги кривої, що задана в полярних координатах $L\colon \rho=6\sin^2\dfrac{\varphi}{2};\ \varphi\in[0;\dfrac{2\pi}{3}]$?

V1. $3-\sqrt{2}$.   V2. 4.   V3. $6\sqrt{3}$.   V4. 6.

Q17.28. Об'єм V тіла, утвореного обертанням криволінійної трапеції $D\colon\ y=f(x)\ge 0;\ y=0;\ x=a;\ x=b\ (a\le b)$ навколо осі Ox, обчислюється за формулою

V1. $V=\frac{\pi}{2}\int\limits_a^b\left(f(x)\right)^2dx$. V2. $V=\pi\int\limits_a^b\sqrt{1+\left(f(x)\right)^2}\,dx$.

V3. $V=\pi\int\limits_a^b\left(f(x)\right)^2dx$. V4. $V=\int\limits_a^b\sqrt{1+f(x)}\,dx$.

Q17.29. Яка фігура при обертанні навколо осі Ox утворює тіло з об'ємом $V=\pi\int\limits_0^2 4x^2dx=\frac{4\pi}{3}x^3\Big|_0^2=\frac{32\pi}{3}$?

V1. Криволінійна трапеція, що обмежена лініями $x=0, x=2$, $y=0, y=4x$.

V2. Криволінійна трапеція, що обмежена лініями $x=0, x=2$, $y=0, y=2x$.

V3. Криволінійна трапеція, що обмежена лініями $x=0, x=2$, $y=0, y=x$.

V4. Криволінійна трапеція, що обмежена лініями $x=0, x=2$, $y=0, y=4x^2$.

Q17.30. Яка фігура при обертанні навколо осі Ox утворює тіло з об'ємом $V=\pi\int\limits_1^3 9e^{2x}dx=\frac{9\pi}{2}e^{2x}\Big|_1^3=\frac{9\pi}{2}\left(e^4-e^2\right)$?

V1. Криволінійна трапеція, що обмежена лініями $x=0, x=3$, $y=0, y=3e^x$.

V2. Криволінійна трапеція, що обмежена лініями $x=1, x=3$, $y=0, y=9e^x$.

V3. Криволінійна трапеція, що обмежена лініями $x=1, x=3$, $y=0, y=3e^x$.

V4. Криволінійна трапеція, що обмежена лініями $x=1, x=3$, $y=0, y=9e^{2x}$.

Q17.31. Яка фігура при обертанні навколо осі Ox утворює тіло з об'ємом $V=\pi\int\limits_0^4 4xdx = 4\pi\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^4 = 32\pi$?

V1. Криволінійна трапеція, що обмежена лініями $x=0, x=4$, $y=1, y=2\sqrt{x}$.

V2. Криволінійна трапеція, що обмежена лініями $x=0, x=4$, $y=0, y=4x$.

V3. Криволінійна трапеція, що обмежена лініями $x=0, x=4$, $y=0, y=2x$.

V4. Криволінійна трапеція, що обмежена лініями $x=0, x=4$, $y=0, y=2\sqrt{x}$.

Q17.32. Яка фігура при обертанні навколо осі Ox утворює тіло з об'ємом $V=\pi\int\limits_0^1 \left(x^2-x^4\right)dx = \pi\left.\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^5}{5}\right)\right|_0^1 = \pi\left(\frac{1}{3}-\frac{1}{5}\right) = \frac{2\pi}{15}$?

V1. Фігура, що обмежена лініями $x=0, x=1, y=x, y=x^2$.

V2. Фігура, що обмежена лініями $x=0, x=1, y=x^2, y=x^4$.

V3. Фігура, що обмежена лініями $x=0, x=1, y=x, y=x^4$.

V4. Фігура, що обмежена лініями $x=0, x=1, y=0, y=x^2$.

Q17.33. Чому дорівнює об'єм тіла, утвореного обертанням плоскої області D: $y=\cos x; y=0;\ x\in[-\pi/2;\ \pi/2]$ навколо осі Ox?

V1. π^2.   V2. $\frac{16\pi}{15}$.   V3. $\frac{\pi^2}{2}$.   V4. $\frac{\pi^3}{2}$.

Q17.34. Чому дорівнює об’єм тіла, утвореного обертанням плоскої області D: $y=\cos\frac{x}{2}$; $y=0$; $x\in[-\pi;\pi]$ навколо осі Ox?

V1. π^2.   V2. $\frac{16\pi}{15}$.   V3. $\frac{\pi^2}{2}$.   V4. $\frac{\pi^3}{2}$.

Q17.35. Чому дорівнює об’єм V тіла, утвореного обертанням плоскої області D: $y=1-x^2$; $y=0$ навколо осі Ox?

V1. π^2.   V2. $\frac{16\pi}{15}$.   V3. $\frac{\pi^2}{2}$.   V4. $\frac{\pi^3}{2}$.

Q17.36. Чому дорівнює об’єм V тіла, утвореного обертанням плоскої області D: $y=e^x$; $y=0$; $x=0$; $x=1$ навколо осі Ox?

V1. $\frac{\pi e^2}{2}$. V2. $\frac{\pi(e^2+1)}{4}$. V3. $\frac{\pi(e^2-1)}{4}$. V4. $\frac{\pi(e^2-1)}{2}$.

Q17.37. Чому дорівнює об’єм V тіла, утвореного обертанням плоскої області D: $y=\sin x$; $y=0$; $x\in[0;\pi]$ навколо осі Ox?

V1. $\frac{\pi^2}{4}$.   V2. $\frac{5\pi}{12}$.   V3. $\frac{\pi^2}{2}$.   V4. $\frac{\pi^3}{6}$.

Q17.38. Чому дорівнює об’єм V тіла, утвореного обертанням плоскої області D: $y=\ln x$; $y=0$; $x=e$ навколо осі Ox?

V1. $\pi(e-2)$.   V2. $\pi(e-1)$.   V3. $\frac{\pi(e-1)}{4}$.   V4. $\frac{\pi(e^2-1)}{2}$.

Q17.39. Чому дорівнює об’єм V параболоїда обертання, утвореного обертанням плоскої області D: $y^2 = 2x$; $x = 2$ навколо осі Ox?

V1. $\pi^2/2$. V2. $\pi/2$. V3. 4π. V4. 2π.

Q17.40. Чому дорівнює об’єм V конуса, утвореного обертанням плоскої області D: $y = 2x$; $x \in [0;\, 3]$ навколо осі Ox?

V1. $9\pi^2$. V2. $12\pi^3$. V3. 4π. V4. 36π.

Q17.41. Площа S поверхні, утвореної обертанням дуги кривої L: $y = f(x) \geq 0$; $x \in [a;b]$ $(a \leq b)$ навколо осі Ox, обчислюється за формулою

V1. $S = 2\pi\int\limits_a^b f(x) f'(x)\,dx$. V2. $S = \pi\int\limits_a^b f(x)\sqrt{1 + f'(x)}\,dx$.

V3. $S = 2\pi\int\limits_a^b f(x)\sqrt{1 + (f'(x))^2}\,dx$. V4. $S = \pi\int\limits_a^b (f(x))^2\,dx$.

Q17.42. Яка дуга кривої при обертанні навколо осі Ox утворює поверхню з площею

$$S = 2\pi\int\limits_0^1 2x\sqrt{1+4}\,dx = 4\pi\sqrt{5}\left.\frac{x^2}{2}\right|_0^1 = 2\sqrt{5}\pi\,?$$

V1. $y = \sqrt{5}x$; $x \in [0;1]$. V2. $y = 2x$; $x \in [0;1]$.

V3. $y = x$; $x \in [0;1]$. V4. $y = x/2$; $x \in [0;1]$.

Q17.43. Яка дуга кривої при обертанні навколо осі Ox утворює поверхню з площею

$$S = \frac{2\pi}{3}\int\limits_0^1 x^3\sqrt{1 + x^4}\,dx = \frac{2\pi}{3\cdot 4}\cdot\frac{2}{3}\left.\sqrt{\left(1 + x^4\right)^3}\right|_0^1 = \frac{\pi}{9}\left(2\sqrt{2} - 1\right)?$$

V1. $y = x^3$; $x \in [0;1]$. V2. $y = \frac{1}{3}x^3$; $x \in [0;1]$.

V3. $y = \frac{2}{3}x^3$; $x \in [0;1]$. V4. $y = \frac{1}{3}x^2$; $x \in [0;1]$.

Q17.44. Яка дуга кривої при обертанні навколо осі Ox утворює поверхню з площею

$$S = 4\pi\int_0^3 \sqrt{x}\sqrt{1+1/x}\,dx = \frac{8\pi}{3}(1+x)^{3/2}\Big|_0^3 = \frac{56\pi}{3}?$$

V1. $y = x^3$; $x \in [0;3]$. V2. $y = 2x^{3/2}$; $x \in [0;3]$.

V3. $y = 2\sqrt{x}$; $x \in [0;3]$. V4. $y = \frac{1}{2}x^2$; $x \in [0;3]$.

18. Комплексні числа

Q18.1. Якщо $z_1 = 2 + 4i$ та $z_2 = 5 + 3i$, то значення виразу $z = 3iz_1 + 2z_2$ дорівнює

V1. $z = -4 + 6i$. V2. $z = -2 + 12i$.

V3. $z = 3 + 5i$. V4. $z = -3 - 12i$.

Q18.2. Якщо $z_1 = 3 - 2i$ та $z_2 = 5 + 4i$, то значення виразу $z = 3z_1 + 2iz_2$ дорівнює

V1. $z = 1 + 4i$. V2. $z = 5 - 2i$. V3. $z = -3 + 8i$. V4. $z = 3 - 4i$.

Q18.3. Якщо $z_1 = -3 + 5i$ та $z_2 = 6 + 4i$, то значення виразу $z = 4iz_1 - 3z_2$ дорівнює

V1. $z = -5 + 2i$. V2. $z = 3 + 4i$.

V3. $z=-38-24i$. V4. $z=18-42i$.

Q18.4. Якщо $z_1=-5+3i$ та $z_2=2+4i$, то значення виразу $z=z_1\cdot z_2$ дорівнює

V1. $z=-22-14i$. V2. $z=10-3i$.

V3. $z=-5+4i$. V4. $z=-24+18i$.

Q18.5. Якщо $z_1=3-5i$ та $z_2=2+6i$, то значення виразу $z=z_1\cdot z_2$ дорівнює

V1. $z=2+8i$. V2. $z=36+8i$.

V3. $z=24+16i$. V4. $z=26-14i$.

Q18.6. Якщо $z_1=3-8i$ та $z_2=4+5i$, то значення виразу $z=z_1\cdot z_2$ дорівнює

V1. $z=38+4i$. V2. $z=52-17i$.

V3. $z=-16+23i$. V4. $z=-25-16i$.

Q18.7. Якщо $z_1=2-5i$ та $z_2=3+4i$, то значення виразу $z=z_1/z_2$ дорівнює

V1. $z=\frac{14}{27}-\frac{5}{9}i$. V2. $z=\frac{8}{25}+\frac{3}{5}i$.

V3. $z=-\frac{14}{25}-\frac{23}{25}i$. V4. $z=\frac{12}{25}-\frac{27}{25}i$.

Q18.8. Якщо $z_1=-4+5i$ та $z_2=6-4i$, то значення виразу $z=z_1/z_2$ дорівнює

V1. $z=-\frac{15}{26}-\frac{7}{26}i$. V2. $z=-\frac{11}{13}+\frac{7}{26}i$.

V3. $z=-\frac{14}{25}-\frac{23}{25}i$. V4. $z=-\frac{11}{26}-\frac{29}{13}i$.

Q18.9. Якщо $z_1 = 3 - 2i$ та $z_2 = -5 + 4i$, то значення виразу $z = z_1 / z_2$ дорівнює

V1. $z = -\dfrac{15}{41} - \dfrac{23}{41} i$.

V2. $z = -\dfrac{11}{36} + \dfrac{7}{36} i$.

V3. $z = -\dfrac{12}{41} + \dfrac{9}{41} i$.

V4. $z = -\dfrac{7}{41} + \dfrac{22}{41} i$.

Q18.10. Подати комплексне число $z = 5\sqrt{3} - 5i$ у тригонометричній і показниковій (експоненціальній) формах.

V1. $z = 10e^{-i\frac{\pi}{6}} = 10\left(\cos\left(-\dfrac{\pi}{6}\right) - i\sin\left(-\dfrac{\pi}{6}\right)\right)$.

V2. $z = 10e^{-i\frac{\pi}{3}} = 10\left(\cos\dfrac{\pi}{3} - i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$.

V3. $z = 5e^{-i\frac{\pi}{4}} = 5\left(\cos\dfrac{\pi}{4} - i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$.

V4. $z = 10e^{-i\frac{\pi}{6}} = 10\left(\cos\dfrac{\pi}{6} + i\sin\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Q18.11. Подати комплексне число $z = -4 + 4i$ у тригонометричній і показниковій (експоненціальній) формах.

V1. $z = 4\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}} = 4\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{\pi}{3} + i\sin\dfrac{\pi}{3}\right)$.

V2. $z = 4e^{-i\frac{\pi}{4}} = \dfrac{\pi}{\sqrt{2}}\left(\cos\dfrac{\pi}{4} - i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$.

V3. $z = 4\sqrt{2}e^{i\frac{3}{4}\pi} = 4\sqrt{2}\left(\cos\dfrac{3}{4}\pi + i\sin\dfrac{\pi}{4}\right)$.

V4. $z = 8e^{i\frac{3}{4}\pi} = 8\left(\cos\frac{3}{4}\pi - i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.

Q18.12. Подати комплексне число $z = -3 - 3\sqrt{3}i$ у тригонометричній і показниковій (експоненціальній) формах.

V1. $z = e^{i\frac{\pi}{3}} = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}$.

V2. $z = 6e^{i\frac{4}{3}\pi} = 6\left(\cos\frac{4}{3}\pi + i\sin\frac{4}{3}\pi\right)$.

V3. $z = 6e^{i\frac{\pi}{4}} = 6\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$.

V4. $z = 12e^{i\frac{2}{3}\pi} = 12\left(\cos\frac{2}{3}\pi + i\sin\frac{2}{3}\pi\right)$.

Q18.13. Якщо $z_1 = 3e^{i\frac{\pi}{6}}$ та $z_2 = 4e^{i\frac{\pi}{3}}$, то значення виразу $z = z_1 \cdot z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

V1. $z = 12e^{-i\frac{\pi}{2}} = -12i$.

V2. $z = 12e^{i\frac{\pi}{4}} = 6\sqrt{2} + 6\sqrt{2}i$.

V3. $z = 12e^{i\pi} = -12$.

V4. $z = 12e^{i\frac{\pi}{2}} = 12i$.

Q18.14. Якщо $z_1 = 2e^{3i\pi}$ та $z_2 = 4e^{i\frac{\pi}{4}}$, то значення виразу $z = z_1 \cdot z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

V1. $z = 8e^{-i\frac{3}{4}\pi} = -4\sqrt{2} - 4\sqrt{2}i$.

V2. $z = 8e^{i\frac{\pi}{2}} = 8i$.

V3. $z = 8e^{i\frac{\pi}{3}} = 4\sqrt{3} - 4i$.

V4. $z = 8e^{-i\frac{3}{4}\pi} = -4\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$.

Q18.15. Якщо $z_1 = 5e^{-i\frac{\pi}{3}}$ та $z_2 = 2e^{i\frac{2}{3}\pi}$, то значення виразу $z = z_1 \cdot z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

V1. $z = 10e^{i\frac{\pi}{4}} = 5\sqrt{2}(1+i)$. V2. $z = 10e^{i\frac{\pi}{3}} = 5 + 5\sqrt{3}i$.

V3. $z = 5e^{-i\frac{\pi}{6}} = 5\sqrt{3} - 5i$. V4. $z = 10e^{-i\frac{\pi}{3}} = 5\sqrt{3} - 5\sqrt{3}i$.

Q18.16. Значення виразу $z = z_1 \cdot z_2$, де $z_1 = 12\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ і $z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$, в алгебраїчній формі дорівнює

V1. $z = 24\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) = 12 + 12\sqrt{3}i$.

V2. $z = 24\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) = 12\sqrt{3} + 12i$.

V3. $z = 24\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) = -12 + 12\sqrt{3}i$.

V4. $z = 14\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) = 7 + 7\sqrt{3}i$.

Q18.17. Значення виразу $z = z_1 \cdot z_2$, де $z_1 = 16\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ і $z_2 = 2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$, в алгебраїчній формі дорівнює

V1. $z = 14\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) = 14i$.

V2. $z = 32\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) = 16\sqrt{3} + 16i$.

V3. $z = 32\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) = -16 + 16\sqrt{3}\,i$.

V4. $z = 32\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right) = -16\sqrt{3} - 16i$.

Q18.18. Якщо $z_1 = 3e^{i\frac{\pi}{6}}$ та $z_2 = 2e^{-i\frac{\pi}{3}}$, то значення виразу $z = z_1/z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

V1. $z = \frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{2}} = \frac{3}{2}i$. V2. $z = \frac{3}{2}e^{-i\frac{3}{4}\pi} = -\frac{3\sqrt{2}}{4} - \frac{3\sqrt{2}}{4}i$.

V3. $z = \frac{3}{2}e^{-i\frac{5}{6}\pi} = \frac{3\sqrt{3}}{4} - \frac{3\sqrt{3}}{4}i$. V4. $z = \frac{3}{2}e^{i\frac{\pi}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{4} + \frac{3\sqrt{2}}{4}i$.

Q18.19. Значення виразу $z = z_1/z_2$, де $z_1 = 12\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ і $z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$, в алгебраїчній формі дорівнює

V1. $z = 24\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) = 12 + 12\sqrt{3}\,i$.

V2. $z = 6\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right) = 3 + 3\sqrt{3}\,i$.

V3. $z = 6\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) = 3\sqrt{3} + 3i$.

V4. $z = 6\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) = -3 + 3\sqrt{3}\,i$.

Q18.20. Значення виразу $z = z_1 / z_2$, де $z_1 = 8\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

і $z_2 = 2\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$, в алгебраїчній формі дорівнює

V1. $z = 4\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right) = -2\sqrt{3} - 2i$.

V2. $z = 4\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right) = -2 + 2\sqrt{3}\,i$.

V3. $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\,i$.

V4. $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right) = 4i$.

Q18.21. Значення виразу $z = z_1 / z_2$, де $z_1 = 12\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ і

$z_2 = 3\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$, в алгебраїчній формі дорівнює

V1. $z = 9\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right) = \frac{9\sqrt{2}}{2} + \frac{9\sqrt{2}}{2}i$.

V2. $z = 4\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right) = -2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\,i$.

V3. $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right) = 2\sqrt{3} + 2i$.

V4. $z = 4\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right) = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}\,i$.

Q18.22. Якщо $z_1 = 4e^{-i\frac{\pi}{4}}$ та $z_2 = 2e^{i\frac{5}{4}\pi}$, то значення виразу $z = z_1 / z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

V1. $z = 2e^{3i\pi} = -2$. V2. $z = 2e^{i\frac{\pi}{2}} = 2i$.

V3. $z = 2e^{i\frac{7}{4}\pi} = \sqrt{2}(1-i)$. V4. $z = 2e^{i\frac{\pi}{2}} = 2+2i$.

Q18.23. Якщо $z_1 = 5e^{i\frac{5}{6}\pi}$ та $z_2 = 3e^{i\frac{2}{3}\pi}$, то значення виразу $z = z_1 / z_2$ в алгебраїчній формі дорівнює

V1. $z = \frac{5}{3}e^{i\pi} = -\frac{5}{3}$. V2. $z = \frac{5}{3}e^{-i\frac{\pi}{3}} = \frac{10}{3}\left(1 - i\sqrt{3}\right)$.

V3. $z = \frac{5}{3}e^{-i\frac{\pi}{2}} = -\frac{5}{3}i$. V4. $z = \frac{5}{3}e^{i\frac{\pi}{6}} = \frac{5\sqrt{3}}{6} + \frac{5\sqrt{3}}{6}i$.

Q18.24. Переходячи до показникової форми комплексного числа $z = 2\left(\sqrt{3} - i\right)$, знайти z^8 і подати результат у алгебраїчній формі.

V1. $z^8 = 4^8 e^{i\frac{\pi}{4}} = \frac{4^8\sqrt{2}}{2} + \frac{4^8\sqrt{2}}{2}i$.

V2. $z^8 = 4^8 e^{-i\frac{4\pi}{3}} = -\frac{4^8}{2} + \frac{4^8\sqrt{3}}{2}i$.

V3. $z^8 = 2^8 e^{i\frac{\pi}{3}} = 2^8 + 2^8\sqrt{3}i$.

V4. $z^8 = 4^8 e^{-i\frac{8\pi}{3}} = -\frac{4^8}{2} - \frac{4^8\sqrt{3}}{2}i$.

Q18.25. Переходячи до показникової форми комплексного числа

$z = 2(-1+i)$, знайти z^5 і подати результат у алгебраїчній формі.

V1. $z^5 = 2^7\sqrt{2}e^{i\frac{3}{4}\pi} = -2^7 + 2^7 i$. V2. $z^5 = 2^7\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}} = 2^7 - 2^7 i$.

V3. $z^5 = 2^7\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{2}} = 2^7\sqrt{2}i$. V4. $z^5 = 2^5 e^{i\frac{\pi}{4}} = 2^4\sqrt{2} + 2^4\sqrt{2}\,i$.

Q18.26. Переходячи до показникової форми комплексного числа $z = 3\left(1 - i\sqrt{3}\right)$, знайти z^4 і подати результат у алгебраїчній формі.

V1. $z^4 = 6^4 e^{i\frac{2}{3}\pi} = -3\cdot 6^3 + 3\cdot 6^3\sqrt{3}\,i$.

V2. $z^4 = 6^4 e^{i\frac{\pi}{6}} = 3\cdot 6^3\sqrt{3} + 3\cdot 6^3\,i$.

V3. $z^4 = 6^4 e^{i\frac{3}{4}\pi} = \dfrac{6^4}{\sqrt{2}}(-1+i)$.

V4. $z^4 = 6^4 e^{i\frac{4}{3}\pi} = -3\cdot 6^3 - 3\cdot 6^3\sqrt{3}\,i$.

Q18.27. Переходячи до показникової форми комплексного числа $z = -64$, знайти всі значення кореня шостої степені $\sqrt[6]{z}$ і подати результат у алгебраїчній формі.

V1. $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}(1+i)$; $z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{2}} = 2i$;

$z_3 = 2e^{i\frac{3\pi}{4}} = -\sqrt{2} + 2i$; $z_4 = 2e^{i\pi} = -2$;

$z_5 = 2e^{i\frac{5}{4}\pi} = \sqrt{2}(-1-i)$; $z_6 = 2e^{-i\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2}(1-i)$

V2. $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}} = 1 + i\sqrt{3}$; $z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{2}} = 2i$;

$z_3 = 2e^{i\frac{2}{3}\pi} = -1 + i\sqrt{3}$; $z_4 = 2e^{i\frac{4}{3}\pi} = -1 - i\sqrt{3}$;

$z_5 = 2e^{i\frac{3}{2}\pi} = -2i$; $z_6 = 2e^{-i\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} - i$.

V3. $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} + i$; $z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{2}} = 2i$;

$z_3 = 2e^{i\frac{5}{6}\pi} = -\sqrt{3} + i$; $z_4 = 2e^{i\frac{7}{6}\pi} = -\sqrt{3} - i$;

$z_5 = 2e^{-i\frac{\pi}{2}} = -2i$; $z_6 = 2e^{-i\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} - i$.

V4. $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} + i$; $z_2 = 2e^{i\frac{\pi}{3}} = 1 + \sqrt{3}i$;

$z_3 = 2e^{i\frac{\pi}{2}} = 2i$; $z_4 = 2e^{i\frac{2}{3}\pi} = -1 + \sqrt{3}i$;

$z_5 = 2e^{i\frac{5}{6}\pi} = -\sqrt{3} + i$; $z_6 = 2e^{-i\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} - i$.

Q18.28. Переходячи до показникової форми комплексного числа $z = -125i$, знайти всі значення кореня третьої степені $\sqrt[3]{z}$ і подати результат у алгебраїчній формі.

V1. $z_1 = 5e^{i\frac{\pi}{3}} = \frac{5}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i$; $z_2 = 5e^{i\frac{2\pi}{3}} = -\frac{5}{2} + \frac{5\sqrt{3}}{2}i$;

$z_3 = 5e^{-i\frac{\pi}{3}} = \frac{5}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i$.

V2. $z_1 = 10e^{i\frac{\pi}{6}} = 5\left(\sqrt{3} + i\right)$; $z_2 = 10e^{i\frac{5}{6}\pi} = 5\left(-\sqrt{3} + i\right)$;

$z_3 = 10e^{-i\frac{\pi}{2}} = -10i$.

V3. $z_1 = 5e^{-i\frac{\pi}{6}} = \frac{5\sqrt{3}}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i$; $z_2 = 5e^{i\frac{\pi}{2}} = 5i$;

$z_3 = 5e^{i\frac{7}{6}\pi} = -\frac{5\sqrt{3}}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2}i$.

V4. $z_1 = 5e^{i\frac{\pi}{4}} = \frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2}i$; $z_2 = 5e^{i\frac{\pi}{2}} = 5i$;

$z_3 = 5e^{i\frac{3}{4}\pi} = -\frac{5\sqrt{2}}{2} + \frac{5\sqrt{2}}{2}i$.

Q18.29. Переходячи до показникової форми комплексного числа $z = -81$, знайти всі значення кореня четвертої степені $\sqrt[4]{z}$ і подати результат у алгебраїчній формі.

V1. $z_1 = 3e^{i\frac{\pi}{2}} = 3i$; $z_2 = 3e^{i\pi} = -3$; $z_3 = 3e^{-i\frac{\pi}{2}} = -3i$;

$z_4 = 3e^{0i} = 3$.

V2. $z_1 = 3e^{i\frac{\pi}{3}} = \frac{3}{2}\left(1 + i\sqrt{3}\right)$; $z_2 = 3e^{i\frac{5}{6}\pi} = \frac{3}{2}\left(-\sqrt{3} + i\right)$;

$z_3 = 3e^{i\frac{4}{3}\pi} = \frac{3}{2}\left(-1 - i\sqrt{3}\right)$; $z_4 = 3e^{-i\frac{\pi}{6}} = \frac{3}{2}\left(1 - i\sqrt{3}\right)$.

V3. $z_1 = 3e^{i\pi} = -3$; $z_2 = 3e^{0i} = 3$; $z_3 = 3e^{i\frac{\pi}{2}} = 3i$;

$z_4 = 3e^{-i\frac{\pi}{2}} = -3i$.

V4. $z_1 = 3e^{i\frac{\pi}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}i$; $z_2 = 3e^{i\frac{3}{4}\pi} = -\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}i$;

$z_3 = 3e^{-i\frac{3}{4}\pi} = -\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}i$; $z_4 = 3e^{-i\frac{\pi}{4}} = \frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}i$.

Q18.30. Переходячи до показникової форми комплексного числа $z = 2 + 2\sqrt{3}\,i$, знайти всі значення квадратного кореня $\sqrt{z}$ і подати результат у алгебраїчній формі.

V1. $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} + i;\; z_2 = 2e^{i\frac{7\pi}{6}} = -\sqrt{3} - i$.

V2. $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}} = 1 + \sqrt{3}i;\; z_2 = 2e^{i\frac{2\pi}{3}} = -1 + \sqrt{3}i$.

V3. $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} + i;\; z_2 = 2e^{-i\frac{\pi}{6}} = \sqrt{3} - i$.

V4. $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{4}} = \sqrt{2} + \sqrt{2}i;\; z_2 = 2e^{i\frac{3\pi}{4}} = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$.

Q18.31. Переходячи до показникової форми комплексного числа $z = -8 - 8\sqrt{3}\,i$, знайти всі значення квадратного кореня $\sqrt{z}$ і подати результат у алгебраїчній формі.

V1. $z_1 = 4e^{i\frac{\pi}{3}} = 2 + 2\sqrt{3}i;\; z_2 = 4e^{-i\frac{\pi}{3}} = 2 - 2\sqrt{3}i$.

V2. $z_1 = 4e^{i\frac{\pi}{4}} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i;\; z_2 = 4e^{-i\frac{\pi}{4}} = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{2}i$.

V3. $z_1 = 4e^{i\frac{2\pi}{3}} = -2 + 2\sqrt{3}i;\; z_2 = 4e^{i\frac{5\pi}{3}} = 2 - 2\sqrt{3}i$.

V4. $z_1 = 4e^{i\frac{\pi}{6}} = 2\sqrt{3} + 2i;\; z_2 = 4e^{i\frac{2\pi}{3}} = -2 + 2\sqrt{3}i$.

Q18.32. Квадратне рівняння $z^2 - 6z + 13 = 0$ має корені

V1. $z_{1,2} = -3 \pm 2i$.

V2. $z_{1,2} = 6 \pm 4i$.

V3. $z_{1,2} = 3 \pm 4i$ ..

V4. $z_{1,2} = 3 \pm 2i$

Q18.33. Квадратне рівняння $z^2 + 4z + 20 = 0$ має корені

V1. $z_{1,2} = -2 \pm 8i$.

V2. $z_{1,2} = 4 \pm 4i$.

V3. $z_{1,2} = -4 \pm 4i$.

V4. $z_{1,2} = -2 \pm 4i$.

Q18.34. Квадратне рівняння $z^2 + 10z + 29 = 0$ має корені

V1. $z_{1,2} = -5 \pm 2i$.

V2. $z_{1,2} = -5 \pm 4i$.

V3. $z_{1,2} = -10 \pm 2i$.

V4. $z_{1,2} = 5 \pm 4i$.

Q18.35. Квадратне рівняння $z^2 - 8z + 25 = 0$ має корені

V1. $z_{1,2} = -4 \pm 3i$.

V2. $z_{1,2} = 8 \pm 3i$.

V3. $z_{1,2} = 4 \pm 3i$.

V4. $z_{1,2} = 8 \pm 6i$.

Q18.36. Квадратне рівняння $5z^2 + 8z + 5 = 0$ має корені

V1. $z_{1,2} = \frac{4}{5} \pm \frac{3}{5} i$.

V2. $z_{1,2} = -\frac{4}{5} \pm \frac{3}{5} i$.

V3. $z_{1,2} = -\frac{8}{5} \pm \frac{3}{5} i$.

V4. $z_{1,2} = -\frac{4}{5} \pm \frac{6}{5} i$.

Q18.37. Квадратне рівняння $2z^2 + 6z + 5 = 0$ має корені

V1. $z_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm i$.

V2. $z_{1,2} = -3 \pm \frac{1}{2} i$.

V3. $z_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \frac{1}{2} i$.

V4. $z_{1,2} = -\frac{3}{2} \pm \frac{1}{2} i$.

Q18.38. Квадратне рівняння $2z^2 + 2z + 1 = 0$ має корені

V1. $z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} i$.

V2. $z_{1,2} = -1 \pm \frac{1}{2} i$.

V3. $z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm i$.

V4. $z_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} i$.

Q18.39. Квадратне рівняння $4z^2 - 4z + 5 = 0$ має корені

V1. $z_{1,2} = \frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} i$.

V2. $z_{1,2} = -1 \pm i$.

V3. $z_{1,2} = \frac{1}{2} \pm i$.

V4. $z_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2} i$.

Q18.40. Квадратне рівняння $5z^2 + 4z + 4 = 0$ має корені

V1. $z_{1,2} = -\frac{2}{5} \pm \frac{4}{5} i$.

V2. $z_{1,2} = \frac{2}{5} \pm \frac{4}{5} i$.

V3. $z_{1,2} = -\frac{2}{5} \pm \frac{8}{5} i$.

V4. $z_{1,2} = -\frac{4}{5} \pm \frac{4}{5} i$.

Q18.41. Квадратне рівняння $5z^2 + 6z + 2 = 0$ має корені

V1. $z_{1,2} = \frac{3}{5} \pm \frac{1}{5} i$.

V2. $z_{1,2} = -\frac{3}{5} \pm \frac{1}{5} i$.

V3. $z_{1,2} = -\frac{6}{5} \pm \frac{1}{5} i$.

V4. $z_{1,2} = -\frac{3}{5} \pm \frac{2}{5} i$.

Q18.42. Квадратне рівняння $5z^2 - 6z + 5 = 0$ має корені

V1. $z_{1,2} = \frac{3}{5} \pm \frac{4}{5} i$.

V2. $z_{1,2} = \frac{3}{5} \pm \frac{8}{5} i$.

V3. $z_{1,2} = \frac{6}{5} \pm \frac{4}{5} i$.

V4. $z_{1,2} = -\frac{3}{5} \pm \frac{4}{5} i$.

З М І С Т

Навчальне видання

Колосов Анатолій Іванович,
Якунін Анатолій Вікторович,
Наземцева Людмила Василівна

ЗБІРНИК ТЕСТОВИХ ЗАВДАНЬ З ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ. ЧАСТИНА ПЕРША

(для студентів спеціальностей 7.050106 "Облік і аудит", 7.050107 "Економіка підприємства")

Відповідальний за випуск: С.О. Станішевський

Редактор: М.З. Аляб'єв

План 2006, поз. 94

Підп. до друку 22.03.06 Формат 60x84 1/16
Папір офісний. Друк на ризографі.
Обл.-вид. арк. 8,0 Тираж 100 прим.
Зам. №

ХНАМГ, 61002, Харків, вул. Революції, 12

Сектор оперативної поліграфії ІОЦ ХНАМГ
ХНАМГ, 61002, Харків, вул. Революції, 12