МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ
МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

А.І. Колосов, А.В. Якунін, С.М. Ламтюгова

АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ У ПРЕЗЕНТАЦІЯХ

ЧАСТИНА II: АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ У ПРОСТОРІ

Харків – ХНАМГ – 2010

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКА НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ МІСЬКОГО ГОСПОДАРСТВА

До друку дозволяю
Проректор
________________М.П. Пан

А.І. Колосов, А.В. Якунін, С.М. Ламтюгова

АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ У ПРЕЗЕНТАЦІЯХ

ЧАСТИНА II:
АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ У ПРОСТОРІ

**Електронний альбом дидактичних матеріалів
для студентів 1 і 2 курсів денної та заочної форм навчання
за напрямом підготовки 6.050701 "Електротехніка та електротехнології",
спеціальностей "Електротехнічні системи електроспоживання" і "Світлотехніка і джерела світла"**

Харків – ХНАМГ – 2010

УДК 514.123

Колосов А.І., Якунін А.В., Ламтюгова С.М.

Аналітична геометрія у презентаціях. Частина II: Аналітична геометрія у просторі: Електронний альбом дидактичних матеріалів до самостійної роботи з дисципліни “Вища математика” для студентів 1 і 2 курсів денної та заочної форм навчання за напрямом підготовки 6.050701 “Електротехніка та електротехнології”, спеціальностей “Електротехнічні системи електроспоживання” і “Світлотехніка і джерела світла”. – Х: ХНАМГ, 2010. – 79 с.

Рецензент: д.ф.-м.н., проф. М.Й. Кадець

Рекомендовано кафедрою вищої математики,
протокол № 10 від 26.05.2010 р.

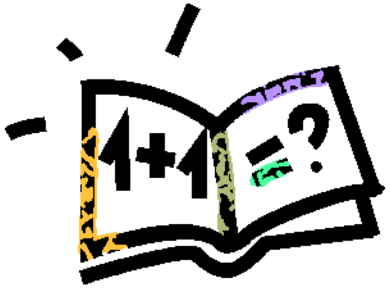
Зміст

Передмова

У цьому альбомі стисло викладено навчальні елементи розділу “Аналітична геометрія у просторі”, що відповідають діючим програмам курсу вищої математики для студентів електротехнічних спеціальностей. Головна увага приділяється розкриттю суті понять, їх взаємозв’язків без надмірної строгості викладу з об’єднуючою прикладною спрямованістю. Теоретичні відомості подаються чітко й аргументовано з опорою на наочність, інтуїцію та з ілюстрацією на типових прикладах, частина з яких розрахована на самостійне опрацювання.

Зібрані в альбомі дидактичні матеріали призначені для студентів електротехнічних спеціальностей.

зміст



Інструкція по застосуванню

Альбом дидактичних матеріалів «Аналітична геометрія у презентаціях. Частина II: Аналітична геометрія у просторі» створено в програмі Power Point у вигляді слайд-шоу.

Презентація подана в режимі «Тільки для читання», тому редагування слайдів не можливе.

Гіперпосилання в змісті та спеціальні кнопки на початку кожного розділу задають перехід на потрібну сторінку (розділ чи пункт). У кінці кожного пункту є кнопка «на початок розділу», де в свою чергу є кнопка «зміст». Далі зі змісту можна перейти в будь-який розділ чи пункт, який цікавить. У презентації є приховані слайди, що уточнюють окремі поняття, на які можна перейти по гіперпосиланням, що розміщені по тексту.

Кнопка містить посилання на інформацію, що розрахована на самостійне опрацювання.

Можна вийти з презентації в будь-який момент. Для цього потрібно натиснути на клавіатурі клавішу Esc або клікнути правою кнопкою миші, після чого з'явиться керуюче меню, де останнім пунктом буде режим "Закінчити показ". Із цього ж меню можна перейти на будь-який вибраний слайд (не обов'язково в тому порядку, що пропонує презентація).

У друкованому варіанті – неповна демонстраційна збірка пропонованих матеріалів. Повна версія посібника з анімацією, рисунками та опрацьованими самостійними завданнями – тільки в електронному вигляді.

Побажання та пропозиції для покращення приймаються за електронною адресою: vm_kolosov@ksame.kharkov.ua

1. Декартова прямокутна система координат у просторі

зміст

Три взаємно перпендикулярні координатні прямі *Ox*, *Oy* і *Oz* зі спільним ***початком*** *O* утворюють ***декартову прямокутну систему координат у просторі*** (рис. 1).

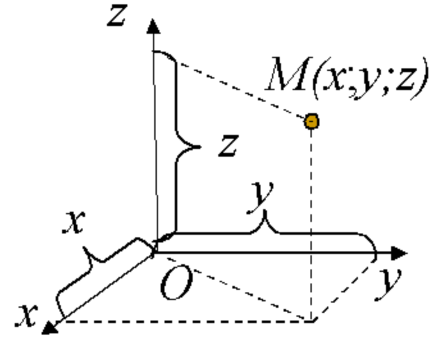


Рис. 1

Ox – ***вісь абсцис***, *Oy* – ***вісь ординат,*** *Oz* – ***вісь амплікат***

Положення довільної точки *M* однозначно визначається її ***координатами*** $M(x;\, y;\, z)$.

Відстань між довільними ***двома точками*** $M_1(x_1;y_1;z_1)$ і $M_2(x_2;y_2;z_2)$ визначається формулою

$$M_1M_2 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}\,.$$

Координати точки M(x;y;z), яка ділить заданий відрізок у заданому відношенні, обчислюються за формулами

$$x = \frac{x_1 + \lambda x_2}{1+\lambda}; \quad y = \frac{y_1 + \lambda y_2}{1+\lambda}; \quad z = \frac{z_1 + \lambda z_2}{1+\lambda}.$$

Якщо точка *M* ділить відрізок M_1M_2 пополам, то $\lambda = 1$. Тоді ***координати середини відрізка*** визначаються за формулами

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}; \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2}; \quad z = \frac{z_1 + z_2}{2}.$$

Приклад

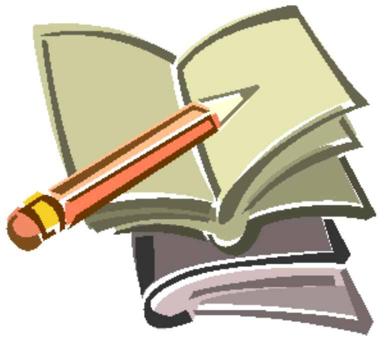
Трикутник ABC задано координатами вершин $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-6)$, $C(-5;0;2)$. Побудувати ΔABC в системі координат. Знайти довжину медіани AM (рис. 2).

Нехай M – середина сторони BC:

$$x=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{3-5}{2}=-1;$$

$$y=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{2+0}{2}=1;$$

$$z=\frac{z_1+z_2}{2}=\frac{-6+2}{2}=-2;$$



$$M(-1;1;-2).$$

$$AM=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2};$$

$$AM=\sqrt{(-1-2)^2+(1-(-1))^2+(-2-4)^2}=\sqrt{49}=7.$$

На початок розділу

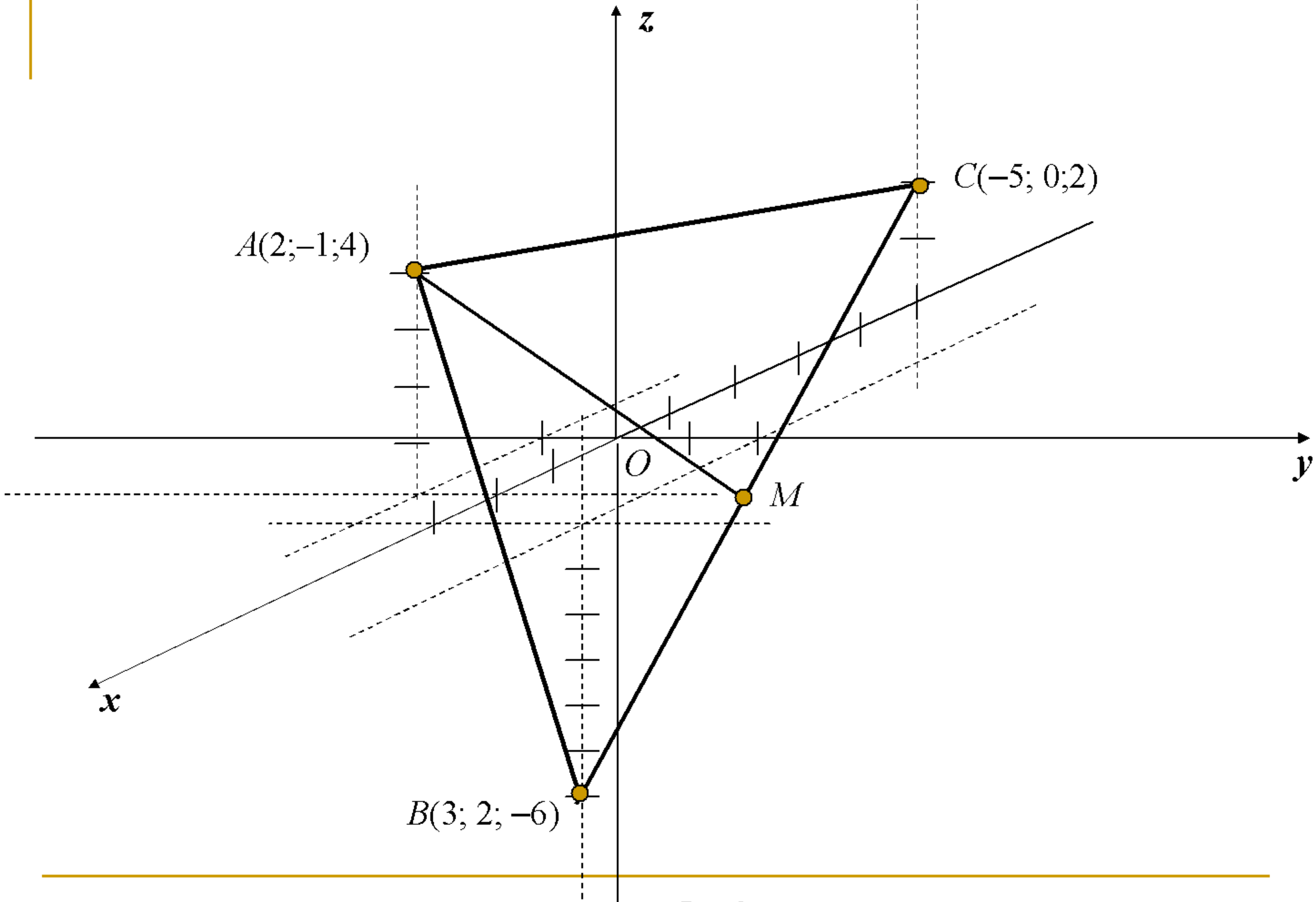


Рис. 2

2. Площина в просторі.

2.1. Основні типи рівняння площини

2.1.1. Рівняння площини, що проходить через задану точку перпендикулярно до заданого вектора

Нехай на площині α задана точка $M_0(x_0;y_0;z_0)$ і відомий ***вектор нормалі*** $\vec{n} = (A;B;C) \neq \vec{0}$ (рис. 3).

Візьмемо довільну точку $M(x;y;z)$ на цій площині та побудуємо вектор $\overrightarrow{M_0M} = (x - x_0; y - y_0; z - z_0)$.

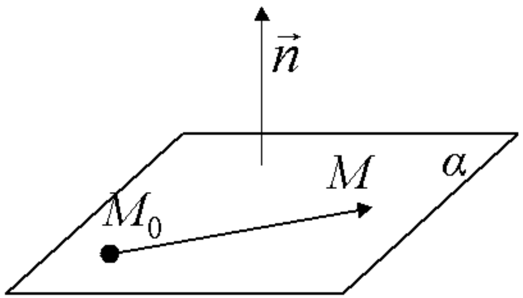


Рис. 3

Точка M належить площині тоді і тільки тоді, коли вектор $\overrightarrow{M_0M}$ перпендикулярний до нормалі $\vec{n}$.

Використовуючи умову перпендикулярності векторів, маємо $\vec{n} \cdot \overrightarrow{M_0M} = 0$, або в координатній формі

$A(x - x_0) + B(y - y_0) + C(z - z_0) = 0$ – ***рівняння площини, що проходить через задану точку перпендикулярно до заданого вектора*** .

На початок розділу

2.1.2. Загальне рівняння площини

Розкриємо дужки в рівнянні $A(x-x_0)+B(y-y_0)+C(z-z_0)=0$ і отримаємо $Ax-Ax_0+By-By_0+Cz-Cz_0=0$. Згрупуємо сталі величини та позначимо $D=-Ax_0-By_0-Cz_0$. Тоді одержимо

$$Ax+By+Cz+D=0$$

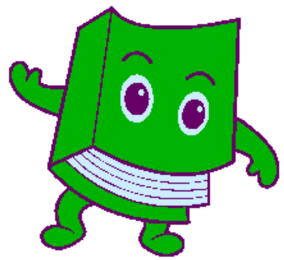
– ***загальне рівняння площини***, що є лінійним відносно координат x, y, z, причому хоча б один з коефіцієнтів A, B, C відмінний від нуля, тобто

$$A^2+B^2+C^2\neq 0.$$

Зауваження. Загальне рівняння площини визначається з точністю до сталого множника.

Рівняння довільної площини можна звести до загального вигляду.

Теорема. Будь-яка площина визначається лінійним рівнянням відносно координат x, y, z. Кожному лінійному рівнянню зі змінними x, y, z відповідає деяка площина.



Особливості розміщення площини, коли один або декілька коефіцієнтів її загального рівняння дорівнюють нулю:

$A = 0$, тоді площина $By + Cz + D = 0$ паралельна осі Ox;

$B = 0$, тоді площина $Ax + Cz + D=0$ паралельна осі Oy;

$C = 0$, тоді площина $Ax + By + D=0$ паралельна осі Oz (рис. 4);

$D = 0$, тоді площина $Ax + By + Cz = 0$ проходить через початок координат (рис. 5);

$A = 0$ і $B = 0$, тоді площина $Cz + D = 0$ перпендикулярна до осі Oz (рис. 6);

$A = 0$ і $C = 0$, тоді площина $By + D = 0$ перпендикулярна до осі Oy;

$B = 0$ і $C = 0$, тоді площина $Ax + D = 0$ перпендикулярна до осі Ox;

$A = 0$ і $D = 0$, тоді площина $By + Cz = 0$ проходить через вісь Ox;

$B = 0$ і $D = 0$, тоді площина $Ax + Cz = 0$ проходить через вісь Oy;

$C = 0$ і $D = 0$, тоді площина $Ax + By = 0$ проходить через вісь Oz;

площина $z = 0$ – координатна площина Oxy;

площина $y = 0$ – координатна площина Oxz;

площина $x = 0$ – координатна площина Oyz.