МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
И НАУКИ УКРАИНЫ

ВЕСТНИК

22

ХЕРСОНСКОГО НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

2005 г.

УДК 620.178.7

В.В. Бизюк, А.В. Колодяжный, В.Г. Ярещенко

ЛОКАЛЬНОЕ УДАРНО-ИМПУЛЬСНОЕ НАГРУЖЕНИЕ ТОНКОСТЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

1. При воздействии на конструкцию локальных нагрузок (скоростной удар твердым телом, взрыв, нестационарные термические или электромагнитные воздействия) в тонкостенных преградах происходит локальное деформирование, приводящее к пробиванию, внедрению или испарению области, близкой к зоне поверхностного нагружения. Эти процессы разрушения (деструкции) могут протекать за время меньшее $t \approx 2\Delta L / V_н$, где ΔL - минимальное расстояние до границы закрепления элемента; $V_н$ - скорость нагружающего воздействия по нормали к срединной поверхности.

Так при нагружении преграды толщиной h=10 *мм* твердым телом со скоростью $V_н \approx$1000 м/с локальное деформирование произойдет за время $t = \Delta L / V_н \cong 10 мксек$, а возмущающий сигнал от границы ($2\Delta L \approx 200 мм$) за $t \approx 40 мксек$, т.е. не повлияет на процесс деформирования, и мы имеем краевую задачу для тела с бесконечной протяженностью. Точнее, границы области активного деформирования перемещаются со скоростью упругих возмущений для различных мод (форм смещения), т.е. имеем расширяющуюся зону защемления [1]. Но, если реологические свойства преграды и ударника(полевых воздействий) увеличивают время их взаимодействия, то необходимо учитывать и локальное взаимодействие до прихода возмущений до границ, и деформирование, определяемое граничной задачей.

Такая математическая модель локального нагружения тонкостенных конструкций хорошо иллюстрируется примерами удара твердым телом и локальным взрывным нагружением конструкции.

2. Контактный удар сферическим твердым телом по тонкостенной замкнутой цилиндрический оболочке.

Исследование ударного взаимодействия проводится на основании функционального уравнения удара С.П.Тимошенко [2]

$$v_o t - \frac{1}{M}\int_0^t dt_1 \int_0^{t_1} P(t)dt = w + a \qquad (1)$$

где w - нормальное смещение оболочки в центре контактной зоны ударного взаимодействия;

P(t) - сила контактного ударного взаимодействия;

M - масса тела;

v_0 - скорость сферы в момент контакта.

В такой постановке задача упругого удара решалась Н.А.Кильчевским, В.Гольдсмитом, А.П.Филипповым и многими другими.

При упругом деформировании смятие определяется зависимостью Герца $\alpha = kP^{2/3}$, где $k = \frac{2R_T^{2/3}E}{2(1-\nu^2)}$, R_T - радиус ударника.

Но при скоростном локальном деформировании прогиб преграды разбивается на 2 составляющие, т.е. на слагаемое, не зависящее от границы закрепления и на второе слагаемое – перемещение, определяемое краевой задачей с условиями закрепления.

Рассмотрим динамику бесконечно длинной замкнутой цилиндрической оболочкой при локальном импульсном нагружении. Ее динамику можно описать уравнением Доннела-Власова [2] (пренебрежение инерции в тангенциальных направлениях), в безразмерных координатах $\xi = \frac{\left[12(1-\nu^2)\right]^{1/4}}{\sqrt{ha}}x$, $\eta = \frac{\left[12(1-\nu^2)\right]^{1/4}}{\sqrt{ha}}s$, $W = w/a$, $\tau = \frac{\left(E/\rho\right)^{1/2}}{a}t$,

где x, s - осевая и окружная координаты;

w - нормальное смещение;

E, ρ - модуль упругости, плотность материала оболочки;

a, h - ее радиус и толщина;

$$\frac{Eh}{a^2}\left[\Delta^2\left(\Delta+\gamma^2\right)^2 w + \frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + \frac{\partial^2 \Delta^2 w}{\partial \tau^2}\right] = \Delta^2 Q, \qquad (2)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2}{\partial \eta^2}$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{12\left(1-\nu^2\right)}} \cdot \frac{h}{a}$

Решение уравнения (2) ищем при нулевых начальных условиях ($w = 0$, $\dot{w} = 0$) и ограничении решения на бесконечности. При этом используем представление Фридлендера периодических по η искомых функций в ряд по непериодическим функциям определенным по η на интервале (-∞ < η < ∞), т.е.

$$f(\xi,\eta,\tau) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n(\xi, \eta \pm 2\pi n, \tau), \qquad (3)$$

После применения двойного интегрального преобразования Фурье по координатам ξ = R cos θ , η = R sin θ с параметрами преобразования p = r cos φ , q = r sin φ, преобразования Лапласа и его обращения по теореме умножения Эфоса, а интегралы по p и q - по методу перевала - при нулевых начальных и граничных условиях, получаем [2].

$$W_0(R,\theta,\tau) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\tau}\int_0^{\tau_1} J_0\left(\cos\varphi\sqrt{\tau^2 - z^2}\right)\left[\int_0^{\infty}\cos\left(r_1^2+\gamma\right) z e^{-iRr_1\cos(\varphi-\theta)} r_1 dr_1\right] dz\, d\tau\, d\varphi, \qquad (4)$$

- комплексный интеграл.

Рассмотрим действительную часть внутреннего интеграла в решении (4).

$$J = \int_0^{\infty}\cos\left(r^2+\gamma\right) z\cos\left[Rr\cos(\theta-\varphi)\right] r\, dr = \cos\gamma z\, J_1\left[zR\cos(\varphi-\theta)\right] - \sin\gamma z\, J_2\left[zR\cos(\varphi-\theta)\right]$$ где

$$J_1[z,u] = \frac{\pi}{2}\delta(z) + \frac{u}{2z}\left(\frac{\pi}{2z}\right)^{1/2}\left[\cos\frac{u^2}{4z}C\left(\frac{u}{2\sqrt{z}}\right) + \sin\frac{u^2}{4z}S\left(\frac{u}{2\sqrt{z}}\right)\right],$$

$$J_2[z,u] = \frac{1}{2z} - \frac{u}{2z}\left(\frac{\pi}{2z}\right)^{1/2}\left[\sin\frac{u^2}{4z}C\left(\frac{u}{2\sqrt{z}}\right) - \cos\frac{u^2}{4z}S\left(\frac{u}{2\sqrt{z}}\right)\right],$$

C (x), S (x) - синус- и косинус-интегралы Френеля.

Для внезапно приложенной к оболочке сосредоточенной силы, в точке x и убывающей по экспоненциальному закону $Q = Q_0\, e^{-\beta t}$ имеем из (4)

$$W_0(R,\theta,\tau) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\tau}\int_0^{\tau_1} J_0\left(\cos^2\varphi\sqrt{\tau^2 - z^2}\right) e^{-\beta\tau} J(z,\varphi)\, dz\, d\tau\, d\varphi, \qquad (4.1)$$

При действии на оболочку локальной постоянной нагрузки длительностью τ_0 , $Q(\xi,\eta,\tau) = P\left[\sigma(\tau) - \sigma(\tau-\tau_0)\delta(\xi_1)\delta(\eta_1)\right]$ функция влияния имеет вид:

$$W_0(R,\theta,\tau) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\tau}\int_0^{\tau_1} J_0\left(\cos^2\varphi\sqrt{\tau^2 - z^2}\right) J(z,\varphi)\, dz\, d\tau\, d\varphi, \qquad (4.2)$$

При действии нагрузки, внезапно приложенной по круговой площадке интеграл Дюамеля [2] от функции, дает :

$$W_0(R,\theta,\tau)=\int_0^{\pi}\int_0^{R_0}\int_0^{2\pi}\int_0^{\tau}\int_0^{\tau_1} J_0\left(\cos^2(\varphi-\overline{\varphi})\sqrt{\tau^2-z^2}\right)J\left[z,(R-\overline{r})\cos(\varphi-\overline{\varphi}-\theta)\right]\overline{r}\;d\overline{r}\;d\tau\;d\varphi\;dz\;d\theta, \quad (4.3)$$

Компоненты моментов и тангенциальных усилий через функцию напряжений определяются формулами:

$$M_1=-\frac{D}{a^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}+\nu\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}\right)\Delta^2F \qquad M_2=-\frac{D}{a^2}\left(\frac{\partial^2}{\partial\eta^2}+\nu\frac{\partial^2}{\partial\xi^2}\right)\Delta^2F \qquad D=\frac{Eh^3}{12\left(1-\nu^2\right)}$$

$$N_1=-\frac{Eh}{a}\frac{\partial^4F}{\partial\xi^2\partial\eta^2} \qquad N_2=-\frac{Eh}{a}\frac{\partial^4F}{\partial\xi^4} \qquad (5)$$

где $F(R,\theta,\tau)=\dfrac{1}{4\pi}\dfrac{Pa^2}{Eh}\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\tau}\int_0^{\tau_1}J_0\left(\cos^2\sqrt{\tau^2-z^2}\right)\Phi\;dz\;d\tau\;d\varphi$.

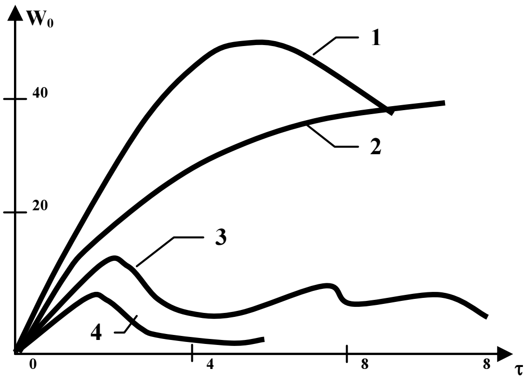
$$\begin{Bmatrix}\Phi_1\\ \Phi_2\end{Bmatrix}=zu\pi\left[S\left(\frac{u}{2\sqrt{z}}\right)\pm C\left(\frac{u}{2\sqrt{z}}\right)+\sqrt{\pi z}\sin\left(\frac{u^2}{4z}+\frac{\pi}{4}\right)\right] \qquad (6)$$

Напряжения вычисляются по формулам

$$\sigma_1=\pm\sigma\frac{M_1}{h^2}+\frac{N_1}{h}$$

$$\sigma_2=\pm\sigma\frac{M_2}{h^2}+\frac{N_{21}}{h}$$

$$\sigma_i=\sqrt{\sigma_1^2+\sigma_2^2-\sigma_1\sigma_2}$$



При скоростном ударе или интенсивном импульсном локальном воздействии в оболочке развивается область скоростного деформирования, и материал работает с деформационным и скоростным упрочнением. Будем использовать динамическую деформационную теорию пластичности [2,3].

$$\sigma_i=E_c\varepsilon_c\left[1-\omega(\varepsilon_i)\right]\left[1+\left(\frac{\dot{\varepsilon}_i}{D}\right)^{1/n}\right], \qquad (7)$$

где $\omega(\varepsilon_i)$ - функция упрочнения.

Для нагружения, близкого к простому (по Ильюшину) [3] она должна быть степенной зависимостью

$$\omega(\varepsilon_i)=1-\left(\frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_T}\right)^{m-1}, \qquad (8)$$

Для малых упруго-пластических деформаций часто применяют [3,4] билинейную зависимость, которая в методе упругих решений позволяет получать безитерационное решение геометрически нелинейных задач для балок, пластин, оболочек. Но уже при (1-5)% деформации это аппроксимация дает большие отклонения от эксперимента и более точных аппроксимаций фундаментальных зависимостей.

Нами получена полилинейная (многозвенная) аппроксимация степенной или экспериментальной зависимости — вписанная или описанная ломаная линия.

При этом функция упрочнения будет [1]

$$\omega(\varepsilon_i)=1-\sum_{k=1}^{N}\left[\lambda_k\prod_{i=0}^{k-1}(1-\lambda_i)\frac{\varepsilon_i-\varepsilon_{ik}}{\varepsilon_T}\right], \qquad (9)$$

где интенсивность деформации в точке излома

Уравнение движения (2) примет вид:

$$\frac{Eh}{a^2}\left[\Delta^2\left(\Delta+\gamma^2\right)^2 w+\frac{\partial^4 w}{\partial\xi^4}+\frac{\partial^2\Delta^2 w}{\partial\tau^2}\right]=\Delta^2\left(P-\frac{\partial^2\lambda\Omega M_\xi}{\partial\xi^2}-\frac{\partial^2\lambda\Omega M_\eta}{\partial\eta^2}\right), \qquad (10)$$

Фиктивные нагрузки $M_\xi=-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\xi^2}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial\eta^2}\right)$ $M_\eta=-D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\eta^2}+\mu\frac{\partial^2 w}{\partial\xi^2}\right)$ определяемые через упругие прогибы оболочки w.

$$W_y=\frac{Pa^2}{4\pi^2 Eh}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{2\pi}\int\limits_0^{R_k}\int\limits_0^{\tau-\frac{R-R_k}{c}}\int\limits_0^{\tau_1}J\left(\cos^2\varphi\sqrt{\tau^2-z^2}\right)J\left[z,(R-\bar r)\cos\left(\varphi+\bar\theta-\theta\right)\right]\bar r\; d\bar r\; d\varphi\; dz\; d\tau \text{ ,} \qquad (11)$$

Для линейного упрочнения $\lambda=1-\frac{1}{E}\frac{cN\sigma_i}{a\varepsilon_i}$ функция упрочнения $\Omega(\eta)$ имеет вид:

$$\Omega(\eta)=(2\eta-1)^2(\eta+1); \qquad \eta=\frac{h}{2}\frac{\sigma_\varphi}{\sigma_i}; \qquad \sigma_i=\frac{M}{W_c}$$

где W_c — момент сопротивления изгибу;

η — расстояние до зоны пластичности от нейтральной оси.

Изгибающий момент $M=M_{упр}-\sum M_{sk}$, где M_{sk} имеют вид:

$$M_{sk}=\lambda_k\left(1-\lambda_1\right)\ldots\left(1-\lambda_{k-1}\right)\frac{bh}{3}\left(\frac{h}{2}-\frac{3z_{sk}}{2\eta}+\frac{2z_{sk}^2}{h^3}\right), \qquad (12)$$

где η - расстояние от нейтральной оси до зоны пластичности на k-ом участке; $\eta_k=z_{sk}=\frac{h}{2}\frac{\sigma_{sk}}{\sigma_y}$,

$b = c_0 t$ — расстояние до движущейся границы, h - толщина оболочки.

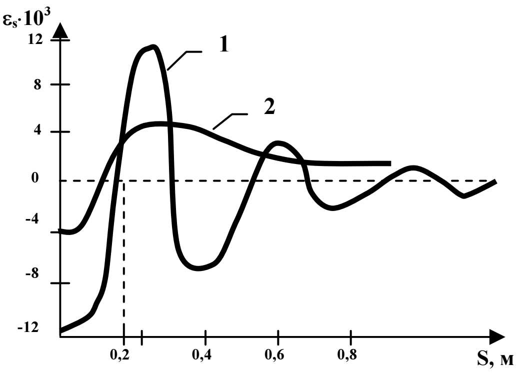


Рис. 2. Мембранные (1) и растягивающие (2) деформации по координате

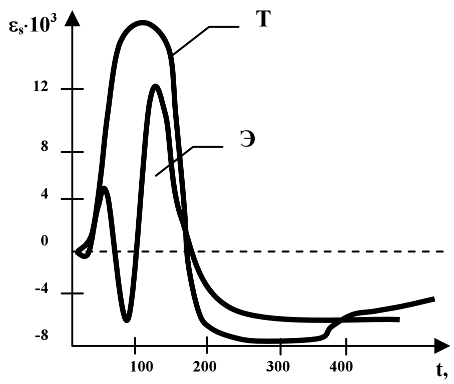


Рис. 3. сопоставление расчета (Т) и эксперимента (Э) при локальном ударно-импульсном нагружении оболочки

Таким образом показано, что при локальном нагружении прогиб состоит из смятия по z-α, локального прогиба и прогиба, определяемого условиями закрепления преграды.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле. — Л.-М.: Машиностроение, 1975. — 439 с.
2. Колодяжный А.В., Севрюков В.И. Ударные и импульсные воздействия на конструкции и материалы. — К.: Наук. думка, 1986. — 168 с.
3. Ильюшин А.А. Пластичность. Часть I. Упругопластические деформации. – М.-Л.: Гостехиздат. – 1948. – 378 с.

4. Колодяжный А.В., Скоблик И.И. Поведение замкнутой цилиндрической оболочки при локальном импульсном нагружении. // АН УССР. Ин-т пробл. машиностроения. – Харьков, 1985. – 11 с. – Деп. В ВИНИТИ 13.06.86, № 275-1388 Деп.
5. Колодяжный А.В., Скоблик И.И. Эксперементальное исследование деформированного состояния стальной цилиндрической оболочки // АН УССР. Ин-т пробл. машиностроения. – Харьков, 1985. – 14 с. – Деп. В ВИНИТИ 13.01.86, № 275-1388 Деп.

БИЗЮК Валерий Васильевич — к.т.н., доцент кафедры высшей математики Харьковской национальной академии городского хозяйства

Научные интересы:

- математическое моделирование нестационарных динамических процессов;
- скоростное пластическое деформирование элементов конструкций.

КОЛОДЯЖНЫЙ Анатолий Викторович — к.т.н., вед.науч. сотрудник отдела нестационарных механических процессов Института проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины

Научные интересы:

- скоростное пластическое деформирование и его технологическое применение

ЯРЕЩЕНКО Владимир Григорьевич — к.т.н., ст.науч. сотрудник отдела нестационарных механических процессов Института проблем машиностроения им. А.Н. Подгорного НАН Украины

Научные интересы:

- скоростное пластическое деформирование и его технологическое применение