ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ЗАДАЧ МАССООБМЕНА МЕТОДОМ R-ФУНКЦИЙ

Колосова С.В., Ламтюгова С.Н.

Харьковский национальный университет радиоэлектроники

maliatko@gmail.com

Рассматривается массообмен тела вращения с равномерным поступательным потоком вязкой несжимаемой жидкости. Такие задачи находят применение в теплоэнергетике, химической и пищевой технологиях, гео- и астрофизических исследованиях, охране окружающей среды. Постановка задачи имеет вид [1]

$$\Delta c = \frac{Pe}{r^2 \sin\theta}\left(\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\frac{\partial c}{\partial r} - \frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial c}{\partial\theta}\right) \text{ вне } \bar{\Omega}, \tag{1}$$

$$c\big|_{\partial\Omega} = c_0, \tag{2}$$

$$c \to 0 \text{ при } r \to \infty. \tag{3}$$

Функцию тока $\psi(r,\theta)$ можно найти как решение следующей нелинейной задачи обтекания тела вязкой несжимаемой жидкостью [2]

$$\nu E^2\psi = \frac{1}{r^2 \sin\theta}\left(\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\frac{\partial E\psi}{\partial r} - \frac{\partial\psi}{\partial r}\frac{\partial E\psi}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{r^2\sin\theta}\left(2\,\mathrm{ctg}\theta\frac{\partial\psi}{\partial r} - \frac{2}{r}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)E\psi \text{ вне } \bar{\Omega}, \tag{4}$$

$$\psi\big|_{\partial\Omega} = 0,\ \frac{\partial\psi}{\partial\mathbf{n}}\bigg|_{\partial\Omega} = 0, \tag{5}$$

$$\psi \sim \frac{1}{2}U_\infty r^2 \sin^2\theta \text{ при } r \to \infty, \tag{6}$$

где $E\psi \equiv \frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{\sin\theta}{r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial\psi}{\partial\theta}\right)$, $E^2\psi = E(E\psi)$, $\mathbf{n}$ – внешняя к $\partial\Omega$ нормаль.

Задача (4) – (6) была рассмотрена в [3], где для ее решения предложен метод R-функций в сочетании с методом последовательных приближений и методом Галеркина-Петрова. Подставив найденную функцию тока в уравнение (1), решим задачу (1) – (3) методом R-функций. В соответствии с методом R-функций структуру решения задачи (1) – (3) построили в виде

$$c = c_0(1-\omega_M) + \omega_M\Phi_1 + \omega_M(1-\omega_M)\Phi_2. \tag{7}$$

Здесь Φ_1 и Φ_2 – неопределенные компоненты ($\Phi_1 \to 0$ при $r \to +\infty$), $\omega_M = f_M(\omega)$,

$$f_M(\omega) = \begin{cases} 1 - \exp\dfrac{M\omega}{\omega - M}, & 0 \le \omega < M, \\ 1, & \omega \ge M, \end{cases}$$

а ω – функция, обладающая такими свойствами: 1) $\omega > 0$ вне $\bar{\Omega}$; 2) $\omega = 0$ на $\partial\Omega$; 3) $\frac{\partial\omega}{\partial\mathbf{n}} = 1$ на $\partial\Omega$. Для аппроксимации неопределенных компонент Φ_1 и Φ_2 предлагается использовать проекционный метод Галеркина-Петрова. Отметим, что при любом выборе Φ_1 и Φ_2 структура (7) точно удовлетворяет краевым условиям (2) и (3). Функция ω с указанными свойствами строится с помощью конструктивного аппарата теории R-функций.

1. *Кутепов А. М., Полянин А. Д., Запрянов З. Д., Вязьмин А. В., Казенин Д.А.* Химическая гидродинамика: Справочное пособие. – М.: Квантум, 1996. – 336 с.

2. *Полянин А.Д., Зайцев В.Ф.* Справочник по нелинейным уравнениям математической физики: Точные решения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 432 с.

3. *Ламтюгова С.М.* Застосування методів послідовних наближень та R-функцій до розрахунку зовнішніх вісесиметричних в’язких течій // П’ятнадцята всеукраїнська (десята

міжнародна) студентська наукова конференція з прикладної математики та інформатики СНКПМІ-2012: Тези доповідей. – Львів: ЛНУ, 2012. – С. 229 – 231.