

## ЧИСЕЛЬНИЙ АНАЛІЗ ЗОВНІШНІХ ТЕЧІЙ В'ЯЗКОЇ РІДИНИ (НАБЛИЖЕННЯ ОЗЕСНА) МЕТОДОМ R-ФУНКЦІЙ

Ламтюгова С. М.

Харківський національний університет радіоелектроніки  
Харків, Україна, maliatko@gmail.com

Розглядається задача повільного обтікання нескінченного циліндра в'язкою нестисливою рідиною. У циліндричних координатах течія описується рівнянням (наближення Озеєна)

$$\left( D^2 - \cos \theta \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \right) D^2 \psi = 0 \quad \text{зовні } \bar{\Omega},$$

де  $D^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2}$ ,  $\psi = \psi(r, \theta)$  – функція течії, пов'язана з компонентами вектора швидкості співвідношеннями

$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$ ,  $v_\theta = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}$ ,  $v_z = 0$ ;  $(r, \theta, z)$  – змінні циліндричної системи координат.

Якщо межа тіла непроникна та нерухома, то

$$\psi|_{\partial\Omega} = 0 \quad \text{і} \quad \partial_{\mathbf{n}} \psi|_{\partial\Omega} = 0, \quad (1)$$

де  $\mathbf{n}$  – зовнішня до  $\partial\Omega$  нормаль; поведінка функції течії на нескінченності така:

$$\psi \sim U_\infty r \sin \theta, \quad \text{коли } r \rightarrow \infty, \quad (2)$$

де  $U_\infty$  – незбурена швидкість рідини на нескінченності.

Нами доведено таку теорему.

**Теорема.** При будь-якому виборі досить гладких функцій  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$  ( $\Phi_1 \cdot r^{-1} \rightarrow 0$ , коли  $r \rightarrow +\infty$ ) крайовим умовам (1) і умові на нескінченності (2) точно задовольняє функція вигляду  $\psi = \omega_M^2 (\psi_0 + \Phi_1) + \omega_M^2 (1 - \omega_M) \Phi_2$ , де  $\psi_0 = U_\infty (r - R^2 \cdot r^{-1}) \sin \theta$  – розв'язок задачі про обтікання ідеальною рідиною кругового циліндра радіусу  $R$ ,  $\omega_M = f_M(\omega)$ ,

$$f_M(\omega) = \begin{cases} 1 - \exp(M\omega(\omega - M)^{-1}), & 0 \leq \omega < M, \\ 1, & \omega \geq M, \end{cases}$$

а  $\omega$  – така функція, що: 1)  $\omega > 0$  зовні  $\bar{\Omega}$ ; 2)  $\omega = 0$  на  $\partial\Omega$ ; 3)  $\frac{\partial \omega}{\partial \mathbf{n}} = 1$  на  $\partial\Omega$ .

Вважаємо, що циліндр радіусу  $R$  належить тілу, що обтікається. Функція  $\omega$  з вказаними властивостями будується за допомогою методу R-функцій, для апроксимації невизначених компонент  $\Phi_1$  і  $\Phi_2$  використовується проєкційний метод Гальоркіна-Петрова, причому функція  $\Phi_1$  апроксимується виразом вигляду  $\sum_{k=1}^{m_1} a_k \varphi_k$ , де  $\{\varphi_k\}$  – повна система частинних розв'язків рівняння  $D^4 \psi = 0$  відносно циліндра скінченного радіусу.